미분적분학 I

편 석 진

목 차

1장 함수

이 장은 미분적분학을 시작하기 전에 필요한 기본 개념에 대해 설명한다. 미분적분학을 공부함에 있어서 가장 기본적인 함수들에 대한 정의와 그래프, 함수의 합성과 변환, 함수를 세부적으로 분류하는 다양한 방법들에 관해서 살펴본다.

1. 함수와 그래프

"y는 x에 관한 함수이다."를 말하기 위한 기호적 방법으로 $y=f(x)$라고 쓴다. 기호 f는 함수를 나타낸다. **독립변수**(independent variable)로 불리는 문자 x는 x에 대한 f의 출력값에 대응되는 **종속변수**(dependent variable), 즉 y에 대한 입력값을 의미한다.

함 수

> 집합 D에서 집합 Y로의 **함수**(function)는 D의 값 각각에 대하여 Y에 속하는 유일한 하나의 원소 $f(x)\in Y$를 지칭하는 규칙이다.

가능한 모든 입력값들의 집합 D는 함수의 **정의역**(domain)이고, D의 각각의 값 x에 대한 $f(x)$값들의 집합을 **치역**(range)이라고 한다. 치역은 집합 Y의 모든 값을 포함하지 않아도 된다.

▶ 함수의 그래프

함수를 표현하는 또 다른 방법은 그래프이다. 정의역 D를 갖는 함수 f의 그래프(graph)는 입력과 출력의 순서쌍을 좌표로 가지는 데카르트 평면에 점들로 구성된다. 집합으로 표기하면 그래프는 다음과 같다. $\{(x, f(x))|x\in D\}$

▶ 수직선 판정법

모든 곡선들이 함수의 그래프가 될 수는 없다. 원은 함수가 아니다.

▶ 구분적으로 정의된 함수

함수가 정의역의 다른 부분마다 다른 함수를 사용하여 정의되는 경우가 있다.

2. 함수 확인하기

▶ 선형함수

$f(x)=mx+b$ (단, m, b 상수)인 형태를 가진 함수를 **선형함수**(linear function)라 한다. b가 0이면 원점을 통과하는 직선이고, m이 0이면 상수함수이다.

▶ 멱함수

$f(x)=x^a$ (a가 상수)인 형태를 가진 함수를 **멱함수**(power function)라 한다.

▶ 다항함수

함수 p가 $p(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\cdots+a_1x+a_0$형태이면 **다항함수**(polynomial)라고 한다.

▶ 유리함수

유리함수(rational function)는 2개의 다항함수들의 몫 혹은 비의 형태로 주어진다. $f(x)=\dfrac{p(x)}{q(x)}$이고, 여기서 p와 q는 다항함수이다. 유리함수의 정의역은 분모 $q(x)\neq 0$인 모든 실수 x로 이루어진다.

▶ 대수함수

대수함수(algebraic function)는 다항함수들에 대수적 연산(덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈, 제곱근)으로 구성된다. 유리함수는 대수함수의 한 예이다.

▶ 삼각함수

동경 OP가 x축의 양의 방향과 이루는 각을 θ라 하면, θ에 대한 삼각함수는 다음과 같이 정의한다.

$$\sin\theta=\frac{y}{r}\ ,\ \cos\theta=\frac{x}{r}\ ,\ \tan\theta=\frac{y}{x}\ ,\ \csc\theta=\frac{r}{y}\ ,\ \sec\theta=\frac{r}{x}\ ,\ \cot\theta=\frac{x}{y}$$

▶ 지수함수

$f(x)=a^x,\ a>0, a\neq 1$의 형태로 이루어진 함수를 **지수함수**(exponential function)라 부른다. 모든 지수함수의 정의역은 $(-\infty,\infty)$이고, 치역은 $(0,\infty)$이다. 그래서 지수 함숫값은 0이 되지 않는다.

▶ **로그함수**

로그함수는 $f(x)=\log_a x$, $a \neq 1$로 주어지는 함수로서 a는 양의 상수이다. 지수함수의 **역함수**(inverse function)이다.

▶ **초월함수**

대수함수가 아닌 함수들을 초월함수라 정의한다. 삼각함수, 역삼각함수, 지수함수, 로그함수, 쌍곡선함수처럼 많은 다른 함수들이 포함된다.

▶ **증가함수와 감소함수**

함수의 그래프가 왼쪽에서 오른쪽으로 갈수록 올라가는 형태의 경우 함수가 **증가한다**(increasing)고 하고, 이와 반대의 경우에 함수가 **감소한다**(decreasing)고 한다.

▶ **우함수와 기함수**

우함수(even function)와 **기함수**(odd function)의 그래프는 대칭성을 가진다.

우함수, 기함수

함수 $y=f(x)$가 정의역의 모든 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$이면 우함수이고, $f(x)=-f(-x)$이면 기함수이다.

비 례

2개의 변수 x, y에서 만일 하나의 변수가 다른 하나의 변수의 상수배로 표현되면, 즉 $y=kx$이고 k는 0이 아닌 상수이면 (서로에게) **비례적**이라 한다.

3. 그래프의 이동과 척도 구성

이 장에서는 기존의 함수를 합성과 변환을 통하여 새로운 함수로 만드는 방법을 살펴본다.

▶ 합성함수

함수의 합성

함수 f, g에 대하여 **합성**(composite)함수 $f \circ g$는 다음과 같이 정의한다.

$$(f \circ g)(x) = f(g(x))$$

$f \circ g$의 정의역은 g의 정의역 중 $g(x)$의 값이 f의 정의역에 속하는 x들로 이루어진다.

▶ 함수의 그래프 이동

수직이동 $y = f(x) + k$

수평이동 $y = f(x+h)$

▶ 함수 그래프의 척도 구성과 반사

수직적, 수평적 척도 구성($c > 1$)

반사($c = -1$)

▶ 타원

$\dfrac{(x-h)^2}{a^2} + \dfrac{(y-k)^2}{b^2} = 1$: 중심을 (h, k)로 가지는 **타원곡선의 표준형**(standard equation of an ellipse)이다.

▶ 삼각함수의 그래프 이동

사인곡선에 적용되는 변환규칙은 일반적인 **사인함수**(general sine function ; sinusoid)로 다음과 같이 표현된다.

$$f(x) = A\sin\left[\frac{2\pi}{B}(x-C)\right] + D$$

여기서, $|A|$는 **진폭**(amplitude), $|B|$는 주기(period), C 는 **수평적 이동**(horizontal shift), D는 **수직적 이동**(vertical shift)이다.

4. 지수함수

지수법칙

$a>0, b>0$이면 모든 실수 x, y에 대하여 다음 규칙이 성립한다.

(1) $a^x \bullet a^y = a^{x+y}$

(2) $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

(3) $(a^x)^y = (a^y)^x = a^{xy}$

(4) $a^x \bullet b^x = (ab)^x$

(5) $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$

▶ 자연지수함수 e^x

자연현상, 물리현상, 경제현상 등을 모델링하는데 사용되는 가장 중요한 지수함수는 밑을 초월수 e로 가지는 **자연지수함수**(natural exponential function)이다. e는 무리수로서 그 값이 대략 $2.718281828\cdots$이다.

▶ 지수적 증가와 감소

지수함수 $y=e^{kx}$ $(k \neq 0)$는 지수적 증가와 감소를 모델링하는데 자주 사용된다. 만일 $k>0$이면 함수 $y=y_0 e^{kt}$는 **지수적 증가**(exponential growth) 모델이고, $k<0$이면 **지수적 감소** 모델이다.

5. 역함수와 로그함수

f의 활동을 원상으로 돌아가게 하는 또는 거꾸로 바꾸는 함수를 f의 역함수라 한다. 모든 함수는 아니지만 대부분의 함수는 역함수를 가진다.

일대일 함수

함수 $f(x)$가 정의역의 원 $x_1 \neq x_2$에 대하여 $f(x_1) \neq f(x_2)$이면 **일대일**(one-to-one)**함수**라 한다.

▶ **역함수**

역함수

함수 f가 정의역 D상에서 치역을 R로 가지는 일대일 함수라 하자.
역함수(inverse function) f^{-1}은 $f(b) = a$이면 $f^{-1}(a) = b$로 정의한다.
단, 함수 f^{-1}의 정의역은 R, 치역은 D이다.

▶ **로그함수**

$a > 1$인 실수라면 밑을 a로 가지는 지수함수 $f(x) = a^x$는 일대일 함수이다. 따라서 역함수를 가지는데 이 함수를 **밑을 a로 가지는 로그함수**(logarithm function with base a)라 부른다.

밑을 a로 가지는 로그함수

밑을 a로 가지는 로그함수 $y = \log_a x$는 지수함수 $y = a^x$의 역함수이다.
$(a > 0, a \neq 1)$

함수 $y = \ln x$를 자연로그함수(natural logarithm function)라 하고, $y = \log x$는 상용로그함수(common logarithm function)라 한다. 자연로그함수는

$\ln x = y \iff e^y = x$

▶ **자연로그의 대수적 성질**

$b > 0, x > 0$이면 자연로그는 다음의 법칙을 만족한다.

(1) 곱의 법칙 $\ln bx = \ln b + \ln x$

(2) 몫의 법칙 $\ln \frac{b}{x} = \ln b - \ln x$

(3) 상반법칙 $\ln \frac{1}{x} = -\ln x$

(4) 멱법칙 $\ln x^r = r \ln x$

▶ **a^x와 $\log_a x$에 대한 역 성질들**

(1) 밑 a : $a^{\log_a x} = x$, $\log_a a^x = x$, $a > 0, a \neq 1, x > 0$

(2) 밑 e : $e^{\ln x} = x$, $\ln e^x = x$, $x > 0$

모든 지수함수는 자연지수함수의 멱이다. $a^x = e^{x \ln a}$ 즉, 지수함수 a^x는 $k = \ln a$에 대하여 e^{kx}와 같다.

▶ **밑변환 공식**

모든 로그함수는 자연로그함수의 상수배이다.

$$\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a} \qquad (a > 0, a \neq 1)$$

▶ **역사인함수와 역코사인함수**

역사인함수와 역코사인함수

$y = \sin^{-1} x$는 $\sin y = x$에서 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$안에 존재한다.

$y = \cos^{-1} x$는 $\cos y = x$에서 $[0, \pi]$안에 존재한다.

2장 극한과 연속

이 장에서는 극한을 먼저 직관적으로 살펴본 후 공식적으로 소개할 것이다. 함수 f가 변하는 방법을 설명하기 위해서 극한을 이용한다. 일부 함수들은 연속적으로 변한다. x의 작은 변화는 단지 $f(x)$의 작은 변화를 만들어 낸다. 다른 함수들은 점프하거나 엉뚱하게 변하는 값들을 가질 수 있다. 극한의 개념은 이러한 움직임을 구별하는 정확한 방법을 제시한다. 곡선에 대한 접선을 정의하기 위해 이용하는 극한의 기하학적인 응용은 곧 함수의 도함수에 대한 중요한 개념을 이끌어낸다. 도함수는 함숫값의 변화량을 측정한다.

1. 변화율과 극한

▶ 평균변화율과 할선

주어진 임의의 함수 $f(x)$에 대하여 y값의 변화 $\Delta y = f(x_2) - f(x_1)$를 변화가 발생하는 구간 $[x_1, x_2]$의 길이 $\Delta x = x_2 - x_1 = h$로 나누어 x에 관한 y의 평균변화율을 계산한다.

구간에서의 평균변화율

구간 $[x_1, x_2]$에서 x에 관한 $y = f(x)$의 **평균변화율**(average rate of change)은 다음과 같다.

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_1 + h) - f(x_1)}{h},\ h \neq 0$$

▶ 함수값의 극한

$f(x)$가 x_0의 개구간에서 정의된 (x_0에서 정의될 필요는 없음) 함수라 하자. 만약 x가 x_0에 충분히 가까이 접근할 때, $f(x)$가 임의로 L에 가깝게 (우리가 원하는 만큼 L에 가깝게) 간다면 우리는 x가 x_0에 접근할 때, f는 극한(limit) L에 접근한다고 말하고, 기호로 $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$을 사용한다. 기호는 “$x$가 x_0에 접근할 때, $f(x)$의 극한은 L이다.”라고 읽는다.

2. 극한법칙을 이용한 극한 계산

▶ 극한법칙

1. L, M, c, k가 실수이고 $\lim_{x \to c} f(x) = L$, $\lim_{x \to c} g(x) = M$이면 다음 법칙들이 성립한다.

(1) 합의 법칙 $\lim_{x \to c} (f(x) + g(x)) = L + M$

(2) 차의 법칙 $\lim_{x \to c} (f(x) - g(x)) = L - M$

(3) 곱의 법칙 $\lim_{x \to c} (f(x) \cdot g(x)) = L \cdot M$

(4) 상수배의 법칙 $\lim_{x \to c} (k \cdot f(x)) = k \cdot L$

(5) 몫의 법칙 $\lim_{x \to c} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{L}{M}$, $M \neq 0$

(6) 멱의 법칙 $\lim_{x \to c} (f(x))^{\frac{r}{s}} = L^{\frac{r}{s}}$

2. 다항함수의 극한은 대입하여 구할 수 있다.

만약 $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$이면 x가 c에 접근할 때, $P(x)$의 극한은 다음과 같다.

$$\lim_{x \to c} p(x) = p(c) = a_n c^n + a_{n-1} c^{n-1} + \cdots + a_1 c + a_0$$

3. 만약 분모의 극한이 0이 아니면 유리함수의 극한은 대입하여 구할 수 있다.

만약 $p(x)$와 $q(x)$가 다항식이고 $q(c) \neq 0$이면 x가 c에 접근할 때, $\dfrac{p(x)}{q(x)}$의 극한은 다음과 같다.

$$\lim_{x \to c} \frac{p(x)}{q(x)} = \frac{p(c)}{q(c)}$$

4. 샌드위치 정리(The Sandwich Theorem)

c를 포함하는 적당한 개구간에 있는 모든 x에 대하여 $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$라 가정하자. 또한, $\lim_{x \to c} g(x) = \lim_{x \to c} h(x) = L$라고 가정하면 $\lim_{x \to c} f(x) = L$이다.

3. 극한의 엄밀한 정의

함수의 극한

$f(x)$가 x_0를 포함하는 한 개구간(x_0는 제외될 수 있음)에서 정의되었다고 하자. 만약 임의의 $\epsilon > 0$에 대하여 $0 < |x - x_0| < \delta$이면 $|f(x) - L| < \epsilon$을 만족하는 대응되는 수 $\delta > 0$가 존재하면, **x가 x_0에 가까이 접근할 때, $f(x)$의 극한은** L이라 정의하고 $\lim_{x \to x_0} f(x) = L$로 나타낸다.

▶ 주어진 f, L, x_0와 $\epsilon > 0$에 대해 δ를 대수적으로 구하는 방법

모든 x에 대해 $0 < |x - x_0| < \delta$이면 $|f(x) - L| < \epsilon$을 만족하는 대응하는 수 $\delta > 0$를 구하는 절차는 두 단계로 완성시킬 수 있다.

(1) $x \neq x_0$에 대해 x_0를 포함하여 부등식이 성립하는 구간 (a, b)를 찾기 위해서 부등식 $|f(x) - L| < \epsilon$를 풀어라.

(2) 중심이 x_0인 개구간 $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$이 구간 (a, b)안에 있기 위한 $\delta > 0$의 값을 구하여라. 부등식 $|f(x) - L| < \epsilon$은 δ구간에 있는 모든 $x \neq x_0$에 대해 성립할 것이다.

4. 한쪽방향의 극한과 무한대에서의 극한

▶ **한쪽 방향으로의 극한**

x가 c에 접근할 때, 극한 L을 갖기 위해서는 함수 f는 c의 양쪽에서 정의되어야만 하고, 함숫값 $f(x)$는 x가 c의 양쪽으로부터 c에 접근할 때, L에 접근해야만 한다. 이 때문에 극한을 **양쪽 방향**(two-side)의 극한이라고 한다.
만약 f가 c에서 양쪽 방향으로의 극한을 갖지 않더라도 여전히 한쪽 방향으로의 극한, 즉 접근이 한쪽 방향으로부터만 올 때 극한을 가질 지도 모른다. 접근이 오른쪽에서 오면 **우극한**(right-hand limit)이라고 한다. 왼쪽에서 오면 **좌극한**(left-hand limit)이라고 한다.

함수 $f(x)$가 x가 c에 접근할 때, 극한을 갖기 위한 필요충분조건은 그곳에서 좌극한과 우극한을 갖고 이들 한쪽 방향으로의 극한이 같은 것이다.

$$\lim_{x \to c} f(x) = L \quad \Leftrightarrow \quad \lim_{x \to c^-} f(x) = L, \quad \lim_{x \to c^+} f(x) = L$$

우극한, 좌극한

모든 $\epsilon > 0$에 대하여 대응하는 수 $\delta > 0$가 존재해서, 모든 x에 대해서 $x_0 < x < x_0 + \delta$이면 $|f(x) - L| < \epsilon$을 만족하면 $f(x)$는 x_0**에서 우극한** L을 갖는다고 하고 다음과 같이 쓴다.

$$\lim_{x \to x_0^+} f(x) = L$$

모든 $\epsilon > 0$에 대하여 대응하는 수 $\delta > 0$가 존재해서, 모든 x에 대해서 $x_0 - \delta < x < x_0$이면 $|f(x) - L| < \epsilon$을 만족하면 $f(x)$는 x_0**에서 좌극한** L을 갖는다고 하고 다음과 같이 쓴다.

$$\lim_{x \to x_0^-} f(x) = L$$

수평 점근선

만약 $\lim_{x \to \infty} f(x) = b$ 또는 $\lim_{x \to -\infty} f(x) = b$이면, 직선 $y = b$는 함수 $y = f(x)$의 그래프는 **수평 점근선**(horizontal asymptote)이다.

5. 무한 극한과 수직 점근선

▶ 무한극한의 엄밀한 정의

무한극한, 음의 무한극한

1. 모든 양수 B에 대하여 대응하는 $\delta > 0$가 존재하여 모든 x에 대하여 $0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow f(x) > B$ 를 만족하면, x가 x_0에 접근할 때, $f(x)$는 ∞로 접근한다고 하고 다음과 같이 쓴다.
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = \infty$$
2. 모든 음수 $-B$에 대하여 대응하는 $\delta > 0$가 존재하여 모든 x에 대하여 $0 < |x - x_0| < \delta \Rightarrow f(x) < -B$ 를 만족하면, x가 x_0에 접근할 때, $f(x)$는 $-\infty$로 접근한다고 하고 다음과 같이 쓴다.
$$\lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$

수직 점근선

다음 중 어느 하나가 성립하면, 직선 $x = a$를 함수 $y = f(x)$ 그래프의 수직 점근선(vertical asymptote)이라 한다.
$$\lim_{x \to a^+} f(x) = \pm\infty \text{ 또는 } \lim_{x \to a^-} f(x) = \pm\infty$$

6. 연속성

점에서의 연속

내부점 : 함수 $y=f(x)$는 다음이 성립하면 **정의역의 내부점 c에서 연속**

$$\lim_{x\to c} f(x)=f(c)$$

끝 점 : 함수 $y=f(x)$는 다음이 성립하면 각각 **정의역이 왼쪽 끝점 a 또는 오른쪽 끝점 b에서 연속**

$$\lim_{x\to a^+} f(x)=f(a),\ \lim_{x\to b^-} f(x)=f(b)$$

▶ 연속성 조사

함수 $f(x)$가 $x=c$에서 연속이기 위한 필요충분조건은 다음 3가지 조건을 만족하는 것이다.

1. $f(x)$가 존재한다. (c는 f의 정의역 내에 있다.)
2. $\lim_{x\to c} f(x)$가 존재한다. ($x\to c$일 때, f는 극한을 가진다.)
3. $\lim_{x\to c} f(x)=f(c)$ (극한값과 함수값은 같다.)

▶ 연속함수의 합성

f가 c에서 연속이고 g가 $f(c)$에서 연속이면 $g\circ f$는 c에서 연속이다.

만약 g가 점 b에서 연속이고

$$\lim_{x\to c} f(x)=b\text{이면}\lim_{x\to c} g(f(x))=g(b)=g\left(\lim_{x\to c}(f(x))\right)$$

▶ 연속함수의 중간값 정리

폐구간 $[a,b]$상에서 연속인 함수 $y=f(x)$는 $f(a)$와 $f(b)$ 사이의 모든 수를 택한다. 다시 말하면 y_0가 $f(a)$와 $f(b)$사이의 수이면 $y_0=f(c)$를 만족하는 수 c가 $[a,b]$ 안에 존재한다.

7. 접선과 도함수

기울기, 접선

점 $P(x_0, f(x_0))$에서 곡선 $y=f(x)$의 기울기(slope of the curve)는 $m=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$(단, 극한이 존재하면)이다. 점 P에서 곡선에 대한 접선(tangent line)은 이 기울기를 가진 P를 지나는 직선이다.

▶ 점 (x_0, y_0)에서 곡선 $y=f(x)$의 접선 구하기

1. $f(x_0)$와 $f(x_0+h)$를 계산한다.
2. 기울기 $m=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$를 계산한다.
3. 2번의 극한이 존재하면, 접선 $y=y_0+m(x-x_0)$를 구한다.

▶ 변화율 : 한 점에서의 미분계수

$\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$를 증분 h인 x_0**에서** f**에 대한 차분몫**이라 부른다. 만약 h가 0에 접근함에 따라 차분몫이 극한을 가지면 이 극한을 x_0**에서** f**의 미분계수**라 부른다. 차분몫을 할선의 기울기로 해석한다면 미분계수는 $x=x_0$인 점에서의 접선의 기울기가 된다.

3장 미분법

1. 함수로서의 도함수

도함수

변수 x에 관한 함수 $f(x)$의 도함수는, 다음 극한이 존재한다면,
x에서의 값이 $f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$로 주어지는 함수 f'이다.

▶ **정의로부터 도함수 계산하기**

도함수를 계산하는 과정을 미분(differentiation)이라고 한다. 미분은 함수 $y=f(x)$에 행해지는 연산이라는 사고를 강조하기 위해서 도함수를 $f'(x)$로 놓는 대신 기호 $\frac{d}{dx}f(x)$를 사용한다.

▶ **기호들**

x가 독립변수이고 y가 종속변수일 때, 함수 $y=f(x)$의 도함수를 나타내는 방법은 여러 가지이다. 도함수에 대한 일반적인 대체 기호에는

$$f'(x)=y'=\frac{dy}{dx}=\frac{df}{dx}=\frac{d}{dx}f(x)=D(f)(x)=D_x f(x)$$

등이 있다.

▶ **도함수의 그래프 그리기**

가끔 f의 그래프에서 기울기들을 계산함으로써 $y=f(x)$의 도함수의 그래프를 합리적으로 그릴 수 있다. 즉, xy평면에 점 $(x, f'(x))$를 표시하고 매끄러운 곡선으로 그것들을 이으면 $y=f'(x)$의 그래프가 된다.

▶ **구간에서의 미분 가능 ; 한쪽 미분계수**

함수 $y=f(x)$는 (유한, 또는 무한의) 열린구간의 각점에서 미분계수가 존재할 때, 그 구간에서 미분가능 하다고 한다. $y=f(x)$는 열린구간 (a,b)에서 미분 가능하고 극한

$$\lim_{h \to 0^+} \frac{f(a+h)-f(a)}{h} \quad a\text{에서의 우미분계수}$$

$$\lim_{h \to 0^-} \frac{f(b+h)-f(b)}{h} \quad b\text{에서의 좌미분계수}$$

가 양 끝점에서 존재한다면 닫힌구간 $[a,b]$에서 미분 가능하다고 한다.

▶ 함수가 도함수를 갖지 않을 때

함수는 점 $P(x_0, f(x_0))$과 가까운 그래프 위의 점 Q를 지나는 할선의 기울기가 Q가 P에 접근함에 따라 어떤 극한에 접근한다면 점 x_0에서 도함수를 갖는다. Q가 P에 접근할 때 할선이 극한을 갖지 못하거나 수직선이 된다면 도함수는 존재하지 않는다. 따라서 미분가능성은 f의 그래프의 "매끄러움"조건이다. 그래프가 어떤 점에서 다음과 같은 상황을 맞게 되면 그 함수는 그 점에서 미분 불가능이다.

1. 꺾인 점 : 한쪽 미분계수가 다른 경우
2. 첨점 : PQ의 기울기가 한쪽에서는 ∞로 다른 쪽에서는 $-\infty$로 접근하는 경우
3. 수직접선 : PQ의 기울기가 양쪽에서 ∞ 또는 $-\infty$로 접근하는 경우
4. 끊어진 점(불연속점)

▶ 미분 가능한 함수는 연속이다

함수는 도함수를 갖는 모든 점에서 연속이다.

미분가능성은 연속성을 유도한다.
f가 $x=c$에서 도함수를 갖는다면, f는 $x=c$에서 연속이다.

주의 : 역은 성립하지 않는다.

▶ 도함수의 중간값 성질

모든 함수가 어떤 함수의 도함수가 될 수는 없다.
프랑스 수학자 다르부(J. Gaston Darboux, 1842~1917)가 1875년에 처음으로 증명하였다.

다르부 정리
a와 b가 f가 미분 가능한 구간의 두 점이라면, f'은 $f'(a)$와 $f'(b)$ 사이의 모든 값을 취한다.

2. 다항식, 지수함수, 곱과 나눗셈에 대한 미분

이 절에서는 여러 종류의 함수들을 미분할 수 있는 몇 가지 공식을 소개한다. 이 공식들을 설명함으로써 매번 도함수의 정의를 적용하지 않고 함수를 미분할 수 있다.

공식 1. 상수함수의 도함수

f가 상수의 값 $f(x)=c$를 갖는다면 $\dfrac{df}{dx}=\dfrac{d}{dx}(c)=0$

공식 2. 양의 정수에 대한 거듭제곱 공식

n이 양의 정수라면 $\dfrac{d}{dx}x^n = nx^{n-1}$

공식 3. 상수배 공식

u가 x의 미분 가능한 함수이고 c가 상수라면, $\dfrac{d}{dx}(cu)=c\dfrac{du}{dx}$

공식 4. 도함수 합의 공식

u와 v가 x의 미분 가능 함수라면, 그들의 합 $u+v$도 u와 v가 모두 미분 가능한 모든 점에서 미분 가능하다. 그러한 점들에서 $\dfrac{d}{dx}(u+v)=\dfrac{du}{dx}+\dfrac{dv}{dx}$

공식 5. 도함수 곱의 공식

u와 v가 x의 미분 가능 함수라면, 그들의 곱 uv도 미분 가능하고, 다음 식과 같다. $\dfrac{d}{dx}(uv)=u\dfrac{dv}{dx}+v\dfrac{du}{dx}$

공식 6. 도함수 나눗셈 공식

u와 v가 x의 미분 가능하고 $v(x)\neq 0$이라면, 나눗셈 $\dfrac{u}{v}$는 미분 가능하고, 다음 식이 성립한다. $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{u}{v}\right)=\dfrac{v\dfrac{du}{dx}-u\dfrac{dv}{dx}}{v^2}$

공식 7. 음의 정수에 대한 거듭제곱 공식

n이 음의 정수이고 $x\neq 0$이라면 $\dfrac{d}{dx}(x^n)=nx^{n-1}$

▶ 2계와 고계 도함수

3. 변화율로서의 도함수

이 절에서는 주위에서 사물의 변화하는 비율을 모형화하는데 도함수가 쓰이는 응용을 조사하기를 계속하겠다.

▶ 순간변화율

순간변화율

x_0에서 x에 관한 f의 순간변화율은, 극한이 존재한다면, 도함수는 다음과 같다.

$$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$$

따라서 순간변화율은 평균변화율의 극한이다.

▶ 직선운동 : 변위, 속도, 속력, 가속도와 순간가속도

속 도

속도(순간속도)는 시간에 관한 위치의 도함수이다.
시간 t에서 물체의 위치가 $s=f(t)$라면, 시간 t에서 물체의 속도는 다음과 같다.

$$v(t)=\frac{ds}{dt}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{f(t+\Delta t)-f(t)}{\Delta t}$$

속 력

속력(speed)은 속도의 절대값이다. 속력$=|v(t)|=\left|\frac{ds}{dt}\right|$

가속도, 순간가속도

4. 삼각함수의 도함수

사인함수의 도함수는 코사인함수이다. $\frac{d}{dx}(\sin x)= \cos x$

코사인함수의 도함수는 음의 사인함수이다. $\frac{d}{dx}(\cos x)= -\sin x$

기타 삼각함수들의 도함수

$\frac{d}{dx}(\tan x)= \sec^2 x$ $\frac{d}{dx}(\sec x)= \sec x \tan x$

$\frac{d}{dx}(\cot x)= -\csc^2 x$ $\frac{d}{dx}(\csc x)= -\csc x \cot x$

5. 연쇄법칙과 매개변수방정식

연쇄법칙

$f(u)$가 점 $u=g(x)$에서 미분 가능하고, $g(x)$가 x에서 미분 가능하면, 합성함수 $(f \circ g)(x)=f(g(x))$는 x에서 미분 가능하고,
$(f \circ g)'(x)=f'(g(x)) \cdot g'(x)$이다. 라이프니츠(Leibniz) 기호로, $y=f(u)$이고 $u=g(x)$라면 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{dy}{du} \cdot \dfrac{du}{dx}$이다.

여기서 $\dfrac{dy}{du}$는 $u=g(x)$에서 계산되었다.

▶ 매개변수방정식

매개변수방정식

x와 y가 t값의 구간에서 함수 $x=f(t), y=g(t)$로 주어졌다면, 이 함수들에 의해 정의된 점 $(x,y)=(f(t),g(t))$의 집합은 매개변수곡선(parametric curve)이다.
이 방정식들은 곡선에 대한 매개변수방정식(parametric equations)이다.

▶ 매개변수곡선의 기울기

$\dfrac{dy}{dx}$에 대한 매개변수 공식	$\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\frac{dy}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$
$\dfrac{d^2y}{dx^2}$에 대한 매개변수 공식	$\dfrac{d^2y}{dx^2}=\dfrac{\frac{dy'}{dt}}{\frac{dx}{dt}}$

6. 음함수의 미분법

이 절에서는 음함수 미분법을 소개하고, 이를 이용하여 지수가 유리수인 경우에도 멱의 법칙이 성립함을 보일 것이다.

음함수의 미분법

1. 식에 포함되어 있는 y를 x에 관한 함수로 간주하고 식의 양변을 x에 관하여 미분한다.
2. $\dfrac{dy}{dx}$를 포함하고 있는 모든 항을 좌변으로 이항한다.
3. $\dfrac{dy}{dx}$에 관하여 푼다.

유리지수에 대한 멱의 법칙

$\dfrac{p}{q}$가 유리수일 때, $x^{\frac{p}{q}}$는 $x^{\left(\frac{p}{q}\right)-1}$의 정의역 내의 모든 점에서 미분 가능하고 도함수는 다음과 같다.

$$\frac{d}{dx}x^{\frac{p}{q}} = \frac{p}{q}x^{\left(\frac{p}{q}\right)-1}$$

7. 연함수와 로그함수의 도함수

역함수의 미분법에 대해 소개하고 이를 이용하여 자연로그함수의 도함수를 구하는 것에 대해 설명한다.

역함수의 미분법

함수 f의 정의역이 구간 I 라 하자. $f'(x)$가 존재하고 구간 I 에서 0이 아닌 값을 가질 때, f^{-1}는 f^{-1}의 정의역 내의 모든 점에서 미분가능하며, b가 f^{-1}의 정의역 안에 있는 점일 때, $x=b$에서 $\left(f^{-1}\right)'$의 값은 점 $a=f^{-1}(b)$에서 f'의 값의 역수이다.

$$(f^{-1})'(b)=\frac{1}{f'(f^{-1}(b))}$$

멱공식(일반적인 형태)

u가 x에 관하여 미분 가능하고, n이 임의의 실수일 때, u^n은 x에 관하여 미분 가능하고 도함수는 다음과 같다.

$$\frac{d}{dx}u^n=nu^{n-1}\frac{du}{dx}$$

극한으로서의 수 e

수 e는 다음 극한과 같다. $e=\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\frac{1}{x}}$

8. 역삼각함수

여기서는 6개의 모든 역삼각함수가 어떻게 정의되는지, 그래프는 어떻게 그리는지, 그리고 도함수는 어떻게 구하는지에 대해서 살펴보기로 한다.

역탄젠트와 역코탄젠트 함수

$y = \tan^{-1}x$는 $\tan y = x$가 되는 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$사이의 값이다.

$y = \cot^{-1}x$는 $\cot y = x$가 되는 $(0, \pi)$사이의 값이다.

위에서 개구간을 사용한 이유는 경계점에서 탄젠트 값과 코탄젠트 값이 정의되지 않기 때문이다.

▶ $y = \sin^{-1}u$의 도함수

$$\frac{d}{dx}(\sin^{-1}u) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}\frac{du}{dx}, \quad |u| < 1$$

▶ $y = \tan^{-1}u$의 도함수

$$\frac{d}{dx}(\tan^{-1}u) = \frac{1}{1+u^2}\frac{du}{dx}$$

▶ $y = \sec^{-1}u$의 도함수

$$\frac{d}{dx}(\sec^{-1}u) = \frac{1}{|u|\sqrt{u^2-1}}\frac{du}{dx}, \quad |u| > 1$$

역삼각함수와 코역삼각함수의 관계식

$$\cos^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}x \qquad \cot^{-1}x = \frac{\pi}{2} - \tan^{-1}x$$

9. 관련된 변화율

이 절에서는 어떤 변수가 변할 때, 나타나는 변화율에 대해 살펴보기로 한다. 모든 문제에서 변화율이란 어떤 변수가 변함에 따라 영향을 받는 또 다른 변수의 도함수의 값이다. 변화율을 구하기 위해서는 주어진 변수들을 포함하는 식을 세운 후, 미분하여 우리가 원하는 변화율을 구한다. 이와 같이 한 변수의 변화율로부터 다른 변수의 변화율을 구하는 문제들을 **관련된 변화율**(related rates)이라 한다.

관련된 변화율 문제와 해법 전략

1. 그림을 그리고 적당한 변수와 상수에 이름을 지정한다. 보통 시간 변수는 t로 놓고, 모든 변수는 t에 관하여 미분 가능하다고 가정한다.
2. 문제에서 주어진 모든 수에 대해 조건을 위에서 정한 변수들을 써서 정리해 본다.
3. 구하고자 하는 것을 쓴다.
4. 변수들의 관련된 관계식을 구한다.
5. 양변을 t에 관하여 미분한다.
6. 값을 계산한다.

10. 선형화와 미분연산자

선형화함수, 표준 선형 근사식

f가 $x=a$에서 미분 가능할 때, 근사함수 $L(x)=f(a)+f'(a)(x-a)$를
a에서 f의 **선형화함수**(linearization)라고 한다.
함수 f를 L로 근사시키는 식 $f(x)\approx L(x)$을 a에서 f의 **표준 선형 근사식**
(standard linear approximation)이라고 한다.
점 $x=a$를 근사의 **중심**(center)이라고 한다.

미분연산자

함수 $y=f(x)$를 미분 가능한 함수라고 하자. **미분연산자** dx는 독립변수이고, **미분연산자** dy는 다음과 같이 정의된다.

$$dy=f'(x)\,dx$$

dx는 독립변수인 반면에, dy는 항상 x와 dx에 의해 결정되는 종속변수이다.

$x=a$ 근방에서 $y=f(x)$의 변화량
$y=f(x)$가 $x=a$에서 미분 가능하고, x가 a에서 $a+\Delta x$까지 변할 때,
f의 변화량 Δy는 다음과 같이 주어지고

$$\Delta y=f'(a)\Delta x+\epsilon\,\Delta x$$

$\Delta x\to 0$일 때, $\epsilon\to 0$

4장 도함수의 활용

이 장에서는 도함수를 활용하는 중요한 예를 몇 가지 배운다. 도함수를 이용해서 함수의 극값을 찾는 방법, 그래프의 개형을 결정하고 분석하는 방법, 분자와 분모가 모두 0 또는 무한대에 한없이 가까워지는 분수함수의 극한을 계산하는 방법, 함수가 0이 되는 값을 수치적으로 찾는 방법 등을 배운다. 또, 도함수로부터 원래의 함수를 다시 찾아내는 과정도 알아본다. 이런 과제 중 많은 것을 해결하는 열쇠는 평균값 정리인데, 그 따름 정리들은 적분법에서 유용하게 사용된다.

1. 함수의 극값

이 절에서는 연속함수의 극값을 그 도함수로부터 찾고 확인하는 방법을 알아본다. 극값을 구할 수 있으면, 주어진 상황에서 어떤 것을 시행하는 최적의 방법을 찾는 다양한 형태의 최적화 문제(optimization problem)를 풀 수 있다.

최댓값, 최솟값

f는 정의역이 D인 함수라고 하자.
만약 D의 모든 점 x에 대해 $f(x) \le f(c)$인 점 c가 D에 있을 때, f는 점 c에서 최댓값(absolute maximum)을 가진다고 한다.
또, D의 모든 점 x에 대해 $f(x) \ge f(c)$인 점 c가 D에 있을 때, f는 점 c에서 최솟값(absolute minimum)을 가진다고 한다.

최댓값과 최솟값을 통틀어 **절대 극값**(absolute extrema)이라고 한다. 절대 극값을 다음에 정의할 **국소 극값**(local extrema)과 구별하기 위해서 **대역 극값**(global extrema)이라고도 한다.

극값 정리 (최대 · 최솟값의 정리)
함수 f가 폐구간 $[a,b]$에서 연속이면, f는 $[a,b]$에서 최댓값 M과 최솟값 m을 가진다. 즉, $[a,b]$에 x_1과 x_2가 존재해서 $f(x_1)=m$이고 $f(x_2)=M$이며, $[a,b]$의 다른 모든 x에 대해 $m \le f(x) \le M$이다.

극댓값, 극솟값

함수 f가 정의역의 내점 c를 포함하는 한 개구간의 모든 x에 대해 $f(x) \leq f(c)$일 때, f는 c에서 극댓값(local maximum)을 가진다고 한다.
함수 f가 정의역의 내점 c를 포함하는 한 개구간의 모든 x에 대해 $f(x) \geq f(c)$일 때, f는 c에서 극솟값(local minimum)을 가진다고 한다.

국소 극값에 관한 1계 도함수 정리
함수 f가 정의역의 내점 c에서 극댓값 또는 극솟값을 가지고, c에서 미분 가능하면 다음이 성립한다. $f'(c) = 0$

임계점

함수 f가 정의역에 속하는 내점 중에서 f'이 0이거나 정의되지 않는 점을 f의 임계점(critical point)이라고 한다.

유한 폐구간에서 연속함수 f의 절대 극값을 구하는 방법
1. 모든 임계점과 끝점에서 f의 값을 계산한다.
2. 그런 값 중에서 가장 큰 것과 가장 작은 것을 택한다.

롤의 정리

$y = f(x)$가 폐구간 $[a, b]$의 모든 점에서 연속이고 개구간 (a, b)의 모든 점에서 미분 가능하다고 하자. 만약 $f(a) = f(b)$
이면, 다음과 같은 c가 (a, b)에 적어도 1개 존재한다. $f'(c) = 0$

2. 평균값 정리

평균값 정리

$y=f(x)$가 폐구간 $[a,b]$에서 연속이고 개구간 (a,b)에서 미분 가능하다고 하자. 그러면 다음을 만족시키는 점 c가 (a,b)에 적어도 1개 존재한다.

$$\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(c)$$

▶ 도함수가 0인 함수는 상수

개구간 (a,b)의 모든 x에서 $f'(x)=0$이면, 적당한 상수 C가 존재해서 모든 $x\in(a,b)$에 대해 $f(x)=C$이다.

▶ 도함수가 같은 함수들의 차수는 상수

개구간 (a,b)의 모든 x에서 $f'(x)=g'(x)$이면, 적당한 상수 C가 존재해서 모든 $x\in(a,b)$에 대해 $f(x)=g(x)+C$이다. 즉, $f-g$는 (a,b)에서 상수이다.

3. 단조함수와 1계 도함수 판정법

이 절에서는 함수가 어떤 구간에서 증가하거나 감소한다는 의미를 명확하게 정의하고, 증가하는 곳과 감소하는 곳을 결정하는 판정법을 제시한다. 또, 국소 극값의 존재를 확인하기 위해서 함수의 임계점을 판정하는 방법도 밝힌다.

증가 · 감소 함수

f는 구간 I에서 정의된 함수이고, x_1과 x_2는 I의 임의의 두 점이라 하자.
1. $x_1 < x_2$일 때, $f(x_1) < f(x_2)$이면, f는 I에서 **증가한다**(increase)고 한다.
2. $x_1 < x_2$일 때, $f(x_1) > f(x_2)$이면, f는 I에서 **감소한다**(decrease)고 한다.

I에서 증가하거나 감소하는 함수를 I에서 **단조**(monotonic)함수라고 한다.

단조함수에 대한 1계 도함수 판정법

함수 f가 $[a,b]$에서 연속이고 (a,b)에서 미분 가능하다고 하자.
모든 점 $x \in (a,b)$에서 $f'(x) > 0$이면 f는 $[a,b]$에서 증가한다.
모든 점 $x \in (a,b)$에서 $f'(x) < 0$이면 f는 $[a,b]$에서 감소한다.

국소 극값에 대한 1계 도함수 판정법

c는 연속함수 f의 임계점이고, f는 c를 포함하는 적당한 구간의 모든 점에서 미분 가능하다고 하자. c가 왼쪽에서 오른쪽으로 나아갈 때,
1. c에서 f'이 음수에서 양수로 바뀌면, f는 c에서 극솟값을 가진다.
2. c에서 f'이 양수에서 음수로 바뀌면, f는 c에서 극댓값을 가진다.
3. c에서 f'이 부호가 바뀌지 않으면, f는 c에서 극값을 가지지 않는다.

4. 오목 볼록과 곡선 그리기

위로 오목 · 아래로 오목

미분 가능한 함수 $y=f(x)$의 그래프는 열린 구간 I에서,
1. f'가 증가하면, **위로 오목**(concave up)하다고 한다.
2. f'가 감소하면, **아래로 오목**(concave down)하다고 한다.

오목 · 볼록에 대한 2계 도함수 판정법
함수 $y=f(x)$가 구간 I에서 두 번 미분 가능하다고 하자.
1. I에서 $f''>0$일 때, f의 그래프는 I에서 위로 오목하다.
2. I에서 $f''<0$일 때, f의 그래프는 I에서 아래로 오목하다.

변곡점

함수의 그래프 위의 점으로 접선이 존재하고 오목 · 볼록한 상태가 바뀌는 점을 **변곡점**이라고 한다.

국소 극값에 대한 2계 도함수 판정법
f''는 $x=c$를 포함하는 개구간에서 연속이라고 하자.
1. $f'(c)=0$이고 $f''(c)<0$이면, f는 $x=c$에서 극댓값을 가진다.
2. $f'(c)=0$이고 $f''(c)>0$이면, f는 $x=c$에서 극솟값을 가진다.
3. $f'(c)=0$이고 $f''(c)=0$이면, 판정할 수 없다.
함수 f는 극댓값이나 극솟값을 가질 수 있으며, 아무것도 가지지 않을 수도 있다.

5. 최적화 문제에서의 활용

최적화는 어떤 상황을 최대화 또는 최소화하는 것이다. 둘레의 길이가 일정할 때 넓이가 가장 큰 직사각형의 가로와 세로의 길이는 얼마인가? 원기둥 모양 캔의 가장 값싼 형태는 무엇인가? 이윤이 가장 큰 생산량은 얼마인가? 미분법은 함수의 최댓값과 최솟값을 구하는 문제를 해결하는 강력한 도구이다. 이 절에서는 상업, 수학, 물리학, 경제학 등과 관련된 다양한 최적화 문제를 푼다.

최적화 문제 풀이 과정

1. 문제를 파악한다.
2. 그림을 그린다.
3. 변수를 도입한다.
4. 모르는 양의 정의역에서 임계점과 끝점을 조사한다.

6. 부정형과 로피탈의 법칙

요한 베르누이는 분자와 분모의 값이 모두 0 또는 $+\infty$에 한없이 가까워지는 분수로 함수의 극한을 계산하는 법칙을 발견하였다. 그 법칙은 로피탈의 이름을 따서 로피탈의 법칙(L'Hopital's Rule)이라 부르고 있다. 그는 프랑스 귀족으로 미분법을 소개하는 최초의 교과서를 썼는데, 그 책에 처음으로 이 법칙이 인쇄되어 등장하였다.

로피탈의 법칙

$f(a)=g(a)=0$이고, a를 포함하는 열린 구간 I에서 f와 g가 미분 가능하며 $x \neq a$일 때 I에서 $g'(a) \neq 0$이라고 하자. 그러면 다음 등식은 우변의 극한이 존재할 때 성립한다.

$$\lim_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

코시의 평균값 정리

함수 f와 g가 $[a,b]$에서 연속이고 (a,b)에서 미분 가능하며 (a,b)에서 $g'(a) \neq 0$이라고 하자. 그러면 (a,b)에 속하는 적당한 수 c가 존재해서 다음이 성립한다.

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$$

$\lim_{x \to a} \ln f(x) = L$일 때, 다음이 성립한다.

$$\lim_{x \to a} f(x) = \lim_{x \to a} e^{\ln f(x)} = e^L$$

여기서 a는 유한한 수 또는 무한대일 수 있다.

7. 뉴턴의 방법

이 절에서는 **뉴턴의 방법**(Newton's method) 또는 **뉴턴 · 래프슨의 방법**(Newton-Raphson method)이라고 부르는 수치적 방법을 알아본다. 이러한 방법은 방정식 $f(x)=0$의 해의 근삿값을 구하는 기법이다. 본질적으로 이 기법은 f가 0인 점 근방에서 $y=f(x)$의 그래프에 대한 접선을 이용한다.
(f가 0인 x의 값은 함수 f의 근이고, 방정식 $f(x)=0$의 해이다.)

뉴턴 방법의 과정

1. 방정식 $f(x)=0$의 해에 첫째 근삿값을 추정한다.
   $y=f(x)$의 그래프를 통해 근삿값을 추정할 수 있다.
2. 다음 공식에 따라서 첫째 근삿값을 이용해서 둘째 근삿값을 얻고 둘째 근삿값을 이용해서 셋째 근삿값을 얻으며 이와 같이 계속한다.

$$x_{n+1}=x_n-\frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (단,\ f'(x_n)\neq 0)$$

8. 역도함수

지금까지는 함수의 도함수를 구하는 방법을 알아보았다. 그런데 많은 문제에서는 그 도함수(변화율)로부터 원래의 함수를 다시 찾아내기를 요구한다. 예를 들면, 어떤 높이로부터 자유 낙하하는 물체의 속도함수를 알 수 있을 때, 어떤 시점 이후의 임의의 시각에서 그 물체의 높이를 알 필요가 있다. 좀 더 일반적으로 그 도함수 f로부터 함수 F를 구하기를 원한다. 그런 함수 F가 존재할 때, 이를 f의 역도함수(antiderivative)라고 한다.

역도함수

함수 F와 구간 I의 모든 x에 대해 $F'(x)=f(x)$일 때, F를 I에서 f의 역도함수라 한다.

부정적분 · 피적분 함수

f의 역도함수 전체의 집합을 x에 관한 f의 **부정적분**(indefinite integral)이라 하고, 기호로 다음과 같이 나타낸다.

$$\int f(x)\,dx$$

기호 $\int$가 **적분 기호**(integral sign)이다. 함수 f가 이 적분의 **피적분 함수**(integrand)이고, x가 **적분변수**(variable of integration)이다.

5장 적분

삼각형의 넓이, 구, 원뿔 등 입체의 부피를 구하는 공식은 고전기하학의 위대한 업적의 하나로 평가되곤 한다. 이 장에서는 이러한 도형뿐만 아니라 보다 일반적인 도형의 넓이, 부피를 계산하는 방법을 공부해 보자. 대상인 도형을 작은 조각으로 나누고 그 작은 조각들을 다시 더하여 그 대상의 크기(넓이, 부피, 거리, 속력 등)를 효과적으로 계산하려는 것이 적분의 기본 아이디어이다. 도형의 넓이를 구하는 문제로 적분이론을 개발하려는 목적은 이렇게 함으로써 적분의 성질이 명확하게 드러나기 때문이다. 유한항의 합으로 해결되는 몇 개의 예를 가지고 논의를 시작해 보자. 이들 예를 통하여 많은 항들을 더할 때 나타날 수 있는 문제에 자연스럽게 직면하게 된다. 극한을 취하여, 즉 항의 개수를 한없이 많게 하여, 적분을 얻게 된다. 미분적분학에서 가장 중요한 미적분학의 기본정리로 미분과 적분의 관계가 설명된다.

1. 유한합을 이용한 근삿값

이 절에서 영역의 넓이, 함수의 평균값, 그리고 물체가 움직인 거리 등의 근삿값을 구하는데 유한합을 어떻게 이용할 수 있는지 알아보자. 유한합의 개념을 이용하여 적분을 정의한다. 양의 값을 갖는 함수의 그래프 아랫부분의 넓이, 방향을 유지하면서 움직이는 물체의 이동거리, 어떤 구간 위에서 음 아닌 함수의 평균값 등은 모두 유한을 이용하여 근삿값을 구할 수 있다. 우선 주어진 구간을 작은 소구간들로 분할하고 각 소구간 위에서 함수 f가 상수로 간주하여 근사화된 함수로 생각한다. 그리고 각 소구간의 길이에 그 소구간에 속하는 어느 한 점에서의 함숫값을 곱하여 모두 더한다. 구간 $[a,b]$를 n개의 소구간으로 등분하면 소구간의 길이는 모두 $\Delta x = \dfrac{(b-a)}{n}$이고, k번째 소구간에서 선택한 한 점 c_k에서 f의 값을 $f(c_k)$라고 하면 다음과 같은 유한합을 얻는다.

$$f(c_1)\Delta x + f(c_2)\Delta x + f(c_3)\Delta x + \cdots + f(c_n)\Delta x$$

c_k의 선택에 따라 k번째 소구간 위에서 f의 값은 최대, 최소, 또는 그 사이의 어느 한 값이 될 수 있다. 참값은 상합과 하합으로 주어지는 근삿값의 사이에 있게 된다. 유한합으로 구한 근삿값은 소구간의 개수를 점점 많게 하여 그 폭을 작게 하면 할수록 더욱더 개선된다.

2. 시그마 기호와 유한합의 극한

이 절에서는 수많은 항들의 합을 나타내는 기호를 소개한다. 기호를 설명하고, 그 성질 몇 가지를 언급한 후, 항의 개수가 한없이 커짐에 따라 유한합으로 표시되는 근삿값이 어떻게 되는지 살펴본다.

▶ 유한합과 시그마 기호

시그마 기호(sigma notation)를 이용하여 많은 합들의 합을 간편하게 나타낼 수 있다.

$$\sum_{k=1}^{n} a_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{n-1} + a_n$$

그리스 문자 $\sum$는 합을 나타낸다. 합의 첨자(index of summation) k는 합이 어디에서 시작하여 어디서 끝나는지를 나타낸다. 어떠한 문자도 첨자로 사용될 수 있다.

유한합의 계산법칙

1. 합의 법칙 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k + b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k$

2. 차의 법칙 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_k - b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k - \sum_{k=1}^{n} b_k$

3. 상수배의 법칙 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} c\, a_k = c \cdot \sum_{k=1}^{n} a_k$

4. 상수값의 법칙 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} c = n \cdot c$

처음 n개 자연수의 제곱 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

처음 n개 자연수의 세제곱 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$

리만합

독일의 수학자 리만은 유한합의 극한이론을 엄밀하게 정립하였다. 리만합의 개념을 도입해 보자. 리만합(Riemann sum)은 다음 절에서 공부하게 될 정적분 이론의 기초가 된다. 폐구간 위에서 정의된 임의의 함수 $y=f(x)$를 생각하자. f는 양의 값과 음의 값도 가질 수 있다. 구간 $[a,b]$를 소구간으로 분할한다. 이때 소구간의 폭의 길이가 모두 같을 필요는 없다. 그리고 5.1절에서 유한합에 대하여 했던 것과 똑같은 방법으로 합을 만든다. 그렇게 하기 위해 a와 b 사이에서 $n-1$개의 점 $\{x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{n-1}\}$을 택하여 $a<x_1<x_2< \cdots <x_{n-1}<b$ 가 되도록 한다. 편의성을 위하여 a를 x_0로 b를 x_n으로 나타낸다. 그러면

$$a=x_0<x_1<x_2< \cdots <x_{n-1}<x_n=b$$

와 같다. 집합 $P=\{x_0, x_1, x_2, x_3, \cdots, x_{n-1}, x_n\}$을 $[a,b]$의 **분할**(partition)이라고 한다. 분할 P는 구간 $[a,b]$를 n개의 폐구간 $[x_0,x_1],[x_1,x_2], \cdots, [x_{n-1},x_n]$으로 나눈다. 이들 가운데 첫 번째 소구간은 $[x_0,x_1]$, 두 번째 소구간은 $[x_1,x_2]$이고 P의 k번째 소구간(kth subinterval of)은 $[x_{k-1},x_k]$이다. 여기서, k는 1과 n사이의 정수이다. 첫 번째 소구간 $[x_0,x_1]$의 길이를 Δx_1, 두 번째 소구간 $[x_1,x_2]$의 길이를 Δx_2, k번째 소구간의 길이를 $\Delta x_k=x_k-x_{k-1}$로 놓는다.

만일 n개의 소구간의 길이가 모두 같다면 그 길이는 Δx는 $\dfrac{(b-a)}{n}$이다.

각 소구간에서 한 점을 잡는다. k번째 소구간 $[x_{k-1},x_k]$에서 택한 점을 c_k라 한다. 각 소구간 위에 x축에 수직으로 직사각형은 x축의 위 또는 아래에 놓인다. 또, $f(c_k)=0$이면 x축의 한 부분을 나타낸다. 각 소구간에 대하여 곱 $f(c_k) \cdot \Delta x_k$를 생각한다. 이 곱도 $f(c_k)$의 부호에 따라서 양, 음, 또는 0이 된다. $f(c_k)>0$이면 곱 $f(c_k) \cdot \Delta x_k$은 밑변이 Δx_k이고, 높이가 $f(c_k)$인 직사각형의 넓이이고, $f(c_k)<0$이면 곱 $f(c_k) \cdot \Delta x_k$은 밑변이 Δx_k이고, 높이가 $-f(c_k)$인 직사각형의 넓이의 음이다. 이때 직사각형은 x축으로부터 아래로 향하는 직사각형을 나타낸다. 마지막으로 이들 곱을 모두 합하면 다음과 같다.

$$S_P=\sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta x_k$$

합 S_P를 구간 $[a,b]$에서 함수 $y=f(x)$의 리만합이라고 한다. 리만합은 분할 P와 그 분할의 각 소구간에서 택한 점 c_k에 의하여 결정된다.

3. 정적분

이 절에서는 $[a,b]$의 분할의 노름이 0에 가까이 갈 때, 보다 일반적인 리만합의 극한을 생각해 보기로 한다. 이러한 극한과정은 자연스럽게 폐구간 $[a,b]$ 위에서 정의되는 연속함수의 정적분(definite integral)의 정의가 된다.

리만합의 극한으로의 정적분

$f(x)$를 폐구간 $[a,b]$ 위에서 정의되는 함수라고 하자. 임의로 주어진 $\epsilon>0$에 대하여 $\delta>0$가 존재하여 $\|P\|<\delta$인 $[a,b]$의 분할 $P=\{x_0, x_1, \cdots, x_n\}$과 $[x_{k-1}, x_k]$에 속하는 점 c_k를 택하는 방법에 관계없이 $\left|\sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta x_k - I\right| < \epsilon$ 이 성립할 때, I를 $[a,b]$ **위에서 f의 정적분**(definite integral of f over $[a,b]$), 또는 리만합 $\sum_{k=1}^{n} f(c_k)\Delta x_k$의 극한값이라고 한다.

▶ 정적분의 기호와 존재성

정적분의 정의에서 수 I를 $\int_a^b f(x)\,dx$로 나타내고, "a에서 b까지 x에 관한 f의 적분"이라고 읽는다.

정적분의 존재성

연속함수는 적분 가능하다. 즉, 폐구간 $[a,b]$ 위에서 연속인 함수 f의 정적분은 존재한다.

정적분의 성질

1. 적분 순서 $\int_a^b f(x)dx = -\int_b^a f(x)dx$

2. 폭이 0인 구간 $\int_a^a f(x)dx = 0$

3. 상수곱 $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx$

4. 합과 차 $\int_a^b (f(x) \pm g(x))dx = \int_a^b f(x)dx \pm \int_a^b g(x)dx$

5. 가법성 $\int_a^b f(x)dx + \int_b^c f(x)dx = \int_a^c f(x)dx$

6. 최대-최소 부등식 $\min f \cdot (b-a) \le \int_a^b f(x)\,dx \le \max f \cdot (b-a)$

7. 지배성 $[a,b]$에서 $f(x) \ge g(x) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx \ge \int_a^b g(x)dx$

정적분으로써 곡선 아랫부분의 넓이

$y=f(x)$가 폐구간 $[a,b]$에서 음 아닌 적분 가능인 함수라고 하자. 그러면 구간 $[a,b]$ 위에서 곡선 $y=f(x)$의 아랫부분의 넓이는 a에서 b까지 f의 정적분은 다음과 같다.

$$A = \int_a^b f(x)dx$$

함수의 평균값

f가 $[a,b]$에서 적분 가능하면 $[a,b]$ 위에서 f의 평균값(average value 혹은 mean value)은 다음과 같다.

$$av(f) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

4. 미분적분학의 기본정리

앞 절에서 정적분을 리만합의 극한으로 구하였다. 이 절에서는 적분 계산의 중심 정리인 미분적분학의 기본정리를 소개한다. 이 정리는 미분과 적분을 관련시켜서 피적분함수의 역도함수, 즉 부정적분을 이용하여 주어진 정적분을 계산한다. 이 관련성을 해결하여 수학의 개발에 착수하였다. 이로 인하여 향후 200년 동안 과학혁명에 불을 지피게 된다. 적분을 이용하여 평균값 정리를 기술한다. 이 정리는 적분 계산에 있어서 중요한 정리일 뿐만 아니라 기본 정리를 증명하는데 이용된다.

정적분의 평균값 정리

f가 $[a,b]$ 위에서 연속이면, $[a,b]$ 내의 한 점 c가 존재하여 다음 식이 성립한다.

$$f(c) = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$$

미적분학의 제1 기본정리

f가 $[a,b]$ 위에서 연속이면 $F(x) = \int_a^x f(t)dt$는 $[a,b]$에서 연속이고 (a,b)에서 미분가능이고, 그 도함수는 $f(x)$이다.

$$F'(x) = \frac{d}{dx}\int_a^x f(t)dt = f(x)$$

미적분학의 제2 기본정리

f가 $[a,b]$의 각 점에서 연속이고 F를 $[a,b]$에서 f의 역도함수라고 하면

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

5. 부정적분과 치환법

정적분은 유한인 폐구간의 분할을 생각하고 분할의 노름이 0으로 갈 때 그 분할과 연관된 리만합의 극한으로 정의되는 실수의 값이다. 미적분학의 기본정리는 한 연속함수의 역도함수를 찾을 수 있으면 그 함수의 정적분을 쉽게 계산될 수 있음을 말해주고 있다. 역도함수는 도함수를 구하는 것보다 일반적으로 어렵다. 따라서 역도함수를 구하는 몇 가지 방법을 익혀 두는 것이 좋다.
4.8절에서 함수 f의 모든 역도함수의 집합을 x에 관한 f의 부정적분(indefinite integral)이라 하고, 기호로

$$\int f(x)dx$$

로 나타내었다. 기본 정리에서 언급된 역도함수와 정적분의 관계도 이 기호를 써서 설명된다. 함수 f의 부정적분을 구할 때, 부정적분은 임의의 상수 C를 포함한다는 것을 기억하여라. 정적분과 부정적분은 구별되어야 한다. 정적분 $\int_a^b f(x)dx$는 하나의 **수**(number)이다. 부정적분 $\int f(x)dx$는 함수에 임의의 상수 C를 더한 것이다. 이 절에서는 일반적인 적분법을 개발한다.

▶ 멱의 공식

u가 미분 가능한 함수이면

$$\int u^n du = \frac{u^{n+1}}{n+1} + C \ (n \neq -1,\ n\text{은 임의의 수})$$

▶ 치환법

$u = g(x)$를 미분 가능한 함수라 하고 그 치역을 I, f를 I 위에서 연속이라고 하면 다음과 같다.

$$\int f(g(x))g'(x)\,dx = \int f(u)du$$

6. 치환과 곡선 사이의 넓이

이 절에서는 새로 소개되는 공식을 적용하여 두 곡선 사이의 넓이를 계산한다.

정적분의 치환

g'가 구간 $[a,b]$에서 연속이고 f가 g의 치역 위에서 연속이면

$$\int_a^b f(g(x)) \cdot g'(x)dx = \int_{g(a)}^{g(b)} f(u)\,du$$

대칭함수의 정적분

함수 f가 대칭인 구간 $[-a,a]$ 위에서 연속이라 하자.

1. f가 우함수이면, $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 2\int_0^a f(x)dx$
2. f가 기함수이면, $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$

곡선 사이의 넓이

함수 f와 g는 구간 $[a,b]$ 위에서 연속이고 $f(x) \ge g(x)$라고 하자. 그러면 a에서 b까지 곡선 $y=f(x)$와 $y=g(x)$ 사이의 넓이는 a에서 b까지 $(f-g)$의 적분이다.

$$A = \int_a^b [f(x) - g(x)]\,dx$$

▶ y에 관한 적분

영역을 둘러싼 곡선이 y의 함수로 표시되면, 영역을 근사시키는 직사각형들을 수평으로 놓고 기본 적분은 x대신 y로 놓는다. 영역에 대하여 공식 $A = \int_a^b [f(y) - g(y)]\,dy$를 이용한다. 여기서, f는 언제나 오른쪽 곡선을, g는 왼쪽 곡선을 나타낸다. 따라서 $f(y)-g(y)$는 음이 아니다.

6장 정적분의 응용

이 장에서는 부피, 평면곡선의 길이, 질량중심, 회전면의 곡면넓이, 일, 그리고 평평한 벽에 가해지는 유체의 힘을 구하는 응용까지 범위를 확장한다. 폐구간 위에서 정의된 연속함수의 리만합(Riemann sum)의 극한, 즉 미적분학의 기본정리를 이용하여 구할 수 있는 정적분으로 이들을 정의한다.

1. 얇은 조각을 이용한 부피와 한 축에 관한 회전

부 피

$x=a$에서 $x=b$ 사이의 적분 가능한 절단면의 넓이 $A(x)$를 가진 입체의 **부피**(volume)는 a에서 b까지 A의 적분이다.

$$V=\int_a^b A(x)dx$$

▶ **회전체 : 원반 방법**

평면에 놓여 있는 한 축을 둘레로 어떤 평면영역을 회전하여 생성되는 입체를 **회전체**(solid of revolution)라 부른다. 입체의 부피를 구하기 위해서는 그 절단면의 넓이는 회전축에서 평면영역의 경계까지의 거리인 $R(x)$를 반지름으로 하는 원반의 넓이가 됨을 알 수 있다. 이때 그 넓이는

$$A(x)=\pi(\text{반지름})^2=\pi[R(x)]^2$$

그러므로 부피의 정의는 다음과 같다.

$$V=\int_a^b A(x)dx=\pi\int_a^b [R(x)]^2\,dx$$

▶ **회전체의 부피 : 와셔 방법**

$$V=\int_a^b A(x)dx=\pi\int_a^b ([R(x)]^2-[r(x)]^2)\,dx$$

2. 원주각방법에 의한 부피

이 절에서는 부피에 대하여 똑같이 적분 정의를 이용하겠지만 그 입체를 다른 방법으로 얇게 잘라서 부피를 구하게 된다. 지금 빵 써는 기계처럼 반지름이 커지게 조절되는 원주면을 이용하여 그 입체를 얇게 자른다. y축에 평행한 원주를 사용하여 x축 방향으로 축에 수직으로 입체를 얇게 자른다. 각 원주의 수직 중심축은 공통인 직선이지만, 그 원주의 반지름은 각 얇은 조각과 함께 증가한다. 이런 방법으로, 입체 S는 원형의 나무의 나이테와 같이 공통의 중심축에서 바깥쪽으로 멀어질수록 반지름이 커지는 일정한 두께의 얇은 원들로 잘라진다. 원주각의 부피는 원통을 풀어 펼쳤을 때 생기는 넓이 $A(x)$이고 두께 Δx는 직육면체 판의 부피와 거의 같다.

수직선 둘레로 회전한 원주각 공식

x축과 연속함수 $y=f(x)\geq 0,\ L\leq a\leq x\leq b$의 그래프 사이의 영역을 수직인 축 $x=L$ 둘레로 회전하여 얻어지는 입체의 부피는 다음과 같다.

$$V=2\pi\int_a^b(\text{원주각 반지름})(\text{원주각 높이})\,dx$$

3. 평면곡선의 길이

선분의 길이가 무엇을 의미하는지는 알지만, 그러나 적분을 이용하지 않고 일반적인 꼬불꼬불한 곡선의 길이에 대한 정확한 개념은 없다. 주어진 곡선들을 많은 조각의 곡선으로 분할하고, 이웃하는 분할점들을 선분으로 연결해서 생긴 꺾은선의 길이를 구해서 A에서 B 사이의 주어진 곡선의 길이에 가까워지게 할 수 있다는 생각은 고대 그리스 시대로 거슬러 올라간다. 아르키메데스(Archimedes)는 원에 내접하는 정n각형의 둘레의 길이를 계산하여 원둘레의 길이에 가까운 값을 얻는데 이 방법을 이용하였다.

매개곡선의 길이

만약 곡선 C를 $x=f(t), y=g(t),\ a\le t\le b$인 매개변수방정식으로 정의하자. f'와 g'는 $[a,b]$에서 연속이고 동시에는 0이 아니면 t가 $t=a$에서 $t=b$까지 증가할 때 정확하게 한번 지나간다고 하면, **C의 길이**(length of C)는 정적분 $L=\int_a^b \sqrt{[f'(t)]^2+[g'(t)]^2}\,dt$

$y=f(x),\ a\le x\le b$의 길이 공식

만일 f가 폐구간 $[a,b]$ 위에서 연속 미분 가능한 함수라면 $x=a$에서 $x=b$ 사이의 곡선 $y=f(x)$의 길이는 다음과 같다.

$$L=\int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=\int_a^b \sqrt{1+[f'(x)]^2}\,dx$$

$x=g(y),\ c\le y\le d$의 길이에 대한 공식

만일 g가 $[c,d]$ 상에서 연속 미분 가능하다면, $y=c$에서 $y=d$ 사이의 곡선 $x=g(y)$의 길이는 다음과 같다.

$$L=\int_c^d \sqrt{1+\left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\,dy=\int_c^d \sqrt{1+[g'(y)]^2}\,dy$$

4. 모멘트와 질량중심

많은 구조물과 역학계에서 마치 그것들의 질량이 질량중심(center of mass)이라 불리는 한 점에 집중되어 있는 것처럼 움직인다. 따라서 이 점의 위치를 찾아내는 방법을 알아내는 것은 중요하다. 그리고 그 위치를 구하는 것은 기본적으로 수학적인 문제이다.

밀도함수 $\delta(x)$를 갖는 x축을 따라 놓인 얇은 막대 또는 띠의 모멘트, 질량, 질량중심

1. 원점에 대한 모멘트 $M_0 = \int_a^b x\,\delta(x)\,dx$

2. 질량 $M = \int_a^b \delta(x)\,dx$

3. 질량중심 $\bar{x} = \dfrac{M_0}{M}$

xy평면에서의 어떤 영역을 차지하는 얇은 평판의 모멘트, 질량, 질량중심

1. x축에 대한 모멘트 $M_x = \int \tilde{y}\,dm$

2. y축에 대한 모멘트 $M_y = \int \tilde{x}\,dm$

3. 질량 $M = \int dm$

4. 질량중심 $\bar{x} = \dfrac{M_y}{M}$, $\bar{y} = \dfrac{M_x}{M}$

5. 회전면의 넓이와 파푸스 정리

줄넘기할 때, 그 줄은 공간에서 회전면(surface of revolution)이라고 부르는 곡면을 만든다. 이 곡면의 "넓이"는 그 줄의 길이와 줄의 각 점과 그 회전축 사이의 거리에 따라 변한다. 이 절에서는 회전면의 넓이를 구하게 된다.

x축 둘레로 회전하여 생기는 곡면 넓이

만일 함수 $f(x) \geq 0$가 $[a,b]$ 위에서 연속으로 미분 가능하다고 하면, 곡선 $y = f(x)$를 x축을 둘레로 회전시켜서 얻어지는 곡면의 넓이는 다음과 같다.

$$S = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\, dx = 2\pi \int_a^b f(x) \sqrt{1 + (f'(x))^2}\, dx$$

y축 둘레로 회전하여 생기는 곡면넓이

만일 함수 $x = g(y) \geq 0$가 $[c,d]$ 위에서 연속으로 미분 가능하다고 하면, 곡선 $x = g(y)$를 y축을 둘레로 회전시켜서 얻어지는 곡면의 넓이는 다음과 같다.

$$S = 2\pi \int_c^d x \sqrt{1 + \left(\frac{dx}{dy}\right)^2}\, dy = 2\pi \int_c^d g(y) \sqrt{1 + (g'(y))^2}\, dy$$

매개변수 곡선을 회전하여 생긴 곡면넓이

만일 매끄러운 곡선 $x = f(t), y = g(t), a \leq t \leq b$가 t가 a에서 b까지 변할 때 정확하게 한번만 지나간다면 그 곡선을 좌표축 둘레로 회전하여 생기는 곡면넓이는 다음과 같다.

1. x축 둘레로 회전 $(y \geq 0)$ $\quad S = 2\pi \int_a^b y \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt$

2. y축 둘레로 회전 $(x \geq 0)$ $\quad S = 2\pi \int_a^b x \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\, dt$

▶ **파푸스의 정리**(Theorem of Pappus)

3세기에는 파푸스(Pappus)라 불리는 알렉산드리아의 그리스 수학자가 회전면과 회전체의 중심에 관련된 두 가지 공식을 발견하였다. 그 공식들을 이용하면 많은 다른 방법을 써서 계산할 때보다 훨씬 간편하게 계산될 수 있다.

부피에 대한 파푸스의 정리

평면영역을 그 영역의 내부와 만나지 않는 그 평면 위의 한 직선 둘레로 회전하여 생기는 입체의 부피는 영역의 넓이와 그 영역의 질량중심이 회전할 때 움직인 거리의 곱이다. 만일 ρ가 회전축과 질량중심 사이의 거리라면

$$V = 2\pi\rho A$$

곡면 넓이에 대한 파푸스의 정리

매끄러운 평면곡선의 호를 그 호의 내부와 만나지 않는 평면상의 한 직선을 둘레로 한 바퀴 회전하여 생긴 곡면의 넓이는 (호의 길이)×(호의 질량중심이 회전할 때 움직인 거리)와 같다. 만일 ρ가 회전축과 질량중심 사이의 거리라면, 그 곡면넓이는 다음과 같다.

$$S = 2\pi\rho L$$

6. 일(Work)

일상생활에서, **일**(work)이라는 것은 물리적 혹은 정신적 노동을 요구하는 활동을 의미한다. 그러나 과학에서 일이란 용어는 그 결과로 물체에 작용하는 힘과 물체의 이동거리와 특별하게 관련되어 있다. 이 절은 일을 구하는 방법을 보여준다.

일(work)

$x=a$와 $x=b$ 사이에서 x축을 따라 작용하는 변하는 힘 $F(x)$에 의해 행해진 **일**은 다음과 같다.

$$W=\int_a^b F(x)dx$$

▶ 용기에서 액체를 퍼내기

용기에서 액체의 전부 또는 일부를 퍼내는데 얼마의 일이 필요한가? 그 양을 알아내기 위해서, 매번 한 얇은 수평판 만큼의 액체를 퍼내고 이 판에 $W=Fd$를 적용한다고 상상해 보자. 다음에 얇은 조각들의 두께를 더 얇게 하여 아주 많은 개수의 얇은 조각들을 합하게 되면 궁극적으로 적분이 되고 그 정적분이 구하려는 일이다. 각 순간마다 액체의 무게와 용기의 용적이 일정하지 않지만 그 적분을 구하는 방법은 항상 같다.

7. 유체압력과 힘

압력-깊이 방정식

정지 상태에 유체 속에서 깊이가 h인 지점에서의 압력 p는 유체의 무게-밀도 w와 h의 곱이다.

$$p = wh$$

일정한 깊이에서의 곡면 위에 작용하는 유체의 힘

$$F = pA = whA$$

수직인 평탄한 판에 작용하는 유체의 힘에 대한 적분

무게-밀도 w인 유체 속에 수직으로 잠겨 있는 판이 y축 상의 $y = a$와 $y = b$ 사이에 놓여 있다고 가정하자. $L(y)$는 깊이 y에서 그 판의 표면을 따라서 왼쪽에서 오른쪽으로 측정된 수평의 띠의 길이라고 놓자. 이때 판의 한 면에 유체에 의해서 가해지는 힘은 다음과 같다.

$$F = \int_a^b w \cdot (\text{띠의 깊이}) \cdot L(y)dy$$

유체의 힘과 중심

잠겨 있는 수직인 평판의 한 면에 가해지는 무게-밀도가 w인 유체의 힘은 w와 그 판의 중심과 유체면 사이의 거리 $\overline{h}$, 판의 넓이 A의 곱이다.

$$F = w\overline{h}A$$

7장 적분과 초월함수

지금까지 지수함수와 로그함수에 대해서는 엄밀함이 없이 그래프를 통하여 직관적으로 몇 가지 성질만을 알아보았다. 이 장에서는 이들 함수를 엄밀하게 정의하고 그 성질을 자세히 알아보며 다양한 응용문제를 다루고자 한다. 또한, 적분, 스카이다이빙, 수송, 전신주에 매달린 전선 등에 응용되는 쌍곡선함수와 그 역함수를 소개한다.

1. 적분으로 정의되는 로그함수

이 절에서는 완전히 다른 관점에서 지수함수와 로그함수 이론을 전개한다. 이들 함수를 해석적으로 정의하고 그 성질을 확인한다. 그러기 위해서 먼저 미분적분학의 기본정리를 적용하여 자연로그함수 $\ln x$를 적분을 이용하여 정의한 다음 그 대수적, 기하학적, 해석적 성질을 알아본다. 이어서 e^x를 $\ln x$의 역함수로 정의하고 이미 알고 있는 성질을 확인한다.

자연로그함수

$$\ln x = \int_1^x \frac{1}{t}\,dt,\ x > 0$$

e

e는 자연로그의 정의역에 속하는 실수 중에서 다음을 만족하는 수이다.

$$\ln e = \int_1^e \frac{1}{t}\,dt = 1$$

자연지수함수

임의의 실수 x에 대하여 $e^x = \ln^{-1} x = \exp x$

2. 지수 성장과 감소

지수함수는 독립변수의 변화에 대하여 매우 크게 증가하거나 감소한다. 이러한 지수함수는 다양한 자연현상이나 산업현장의 증가와 감소를 잘 설명할 수 있다. 다양한 현상을 설명하는 수학적 모델에 이용되기 때문에 지수함수의 중요성이 강조된다.

지수변화의 법칙

$$y = y_0 e^{kt}$$

$k > 0$이면 증가, $k < 0$이면 감소

k를 방정식의 비율상수(rate constant)라 한다.

▶ 개체수의 무한 증가

엄격히 말해서 어느 집단(예를 들어, 사람, 식물, 여우, 박테리아 등)의 개체 수는 이산 값을 가지므로 시간의 불연속함수이다. 그러나 개체수가 충분히 많은 경우에는 연속함수로 근사시킬 수 있다. 많은 경우에 그 근사함수가 미분 가능하다고 가정해도 무리가 없으며, 따라서 개체수를 예측하는데 미적분을 적용할 수 있다. 집단에서 생식력을 가진 개체의 비율이 일정하고 번식력이 일정하다고 가정하면 t시점에서 출산율은 그 시점의 개체수 $y(t)$에 비례한다. 사망률 또한 안정적이며 $y(t)$에 비례한다고 가정하자. 더욱이 외부로 유출되거나 유입되는 부분을 무시하면 증가율 $\frac{dy}{dt}$는 출산율에서 사망률을 뺀 값, 즉 두 비례하는 값의 차이가 된다. 다시 말해서 $\frac{dy}{dt} = ky$로 $y = y_0 e^{kt}$가 된다. 여기서, y_0는 $t = 0$일 때의 개체수이다. 모든 증가문제에서처럼 주위환경에 의한 제한요소가 있을 수 있다. 여기서는 그 부분은 다루지 않는다.

▶ 연속 복리 이자

원금 A_0를 연간 고정이율 r로 투자하고 이자가 연간 k회 지급된다고 하면 t년 후의 원리합계는 $A_t = A_0\left(1 + \frac{r}{k}\right)^{kt}$이자는 월별($k = 12$), 주별($k = 52$), 일별($k = 365$) 혹은 더 자주, 예를 들어 시 단위, 분 단위로 지급될 수 있다. 이자가 지급되는 기간이 계속 짧아질 때, 그 극한값을 취하면 t년 후의 원리합계의 극한

값은 다음과 같다.

$$\lim_{k\to\infty} A_t = A_0 e^{rt}$$

이 식으로 이자가 지급되는 방식을 연속 복리(compounded continuously)라 하고, r을 연속 복리 이율(continuous interest rate)이라고 한다.

▶ **방사능 물질**

어떤 원자는 불안정하여 저절로 질량이나 방사선이 방출된다. 이 과정을 방사선 붕괴(radioactive decay)라고 한다. 이런 현상을 보이는 원소를 방사성 원소(radioactive)라고 한다. 어떤 경우에는 원자가 방사선 붕괴과정을 통하여 질량을 방출하고 남은 것이 변하여 새로운 원소가 되기도 한다. 예를 들어, $C-14$ 방사선 동위원소는 방사선 붕괴 후 질소가 되고 라듐은 몇 번의 중간 단계 방사선 붕괴과정을 통하여 납으로 변한다. 실험에 의하면 어느 주어진 시점에 방사성 원소가 붕괴하는 비율은 그 시점에 존재하는 방사성 원소의 개수에 비례한다고 알려져 있다. 그러므로 방사선 붕괴는 방정식 $\frac{dy}{dt} = -ky,\ k>0$으로 나타낼 수 있다. 이 때 y가 감소한다는 것을 강조하기 위하여 통상 $k\,(k>0)$ 대신 $-k\,(k>0)$를 사용한다. 시각 $t=0$일 때, 방사성 원소의 개수를 y_0라 하면 임의의 양의 시각 t일 때의 개수는 다음과 같다.

$$y = y_0 e^{-kt},\ k>0$$

▶ **열전도 : 뉴턴의 냉각법칙**

냄비에 담긴 뜨거운 국물은 주위 공기의 온도로 식어간다. 큰 욕조에 뜨거운 은괴를 넣으면 욕조에 담긴 물의 온도로 냉각된다. 이와 같은 경우 어느 시점에서 물질의 온도가 변화하는 비율은 그 물질의 온도와 주변 물질의 온도의 차에 비례한다. 기온에도 적용되는 이 법칙을 뉴턴의 냉각법칙(Newton's law of cooling)이라고 하며 그에 따르는 방정식이 있다. 시각 t일 때 물질의 온도를 H라 하고, 주변 물질의 온도를 H_S라 하면 $H-H_S = (H_0 - H_s)e^{-kt}$이다. 여기서 H_0는 $t=0$일 때의 온도를 말한다.

3. 쌍곡선함수

쌍곡선함수는 두 지수함수 e^x와 e^{-x}의 조합으로 만들어진다. 쌍곡선 함수를 이용하면 많은 수학적 표현을 간단하게 나타낼 수 있으며 여러 가지 응용분야에서 매우 중요하게 활용한다. 예를 들어, 전봇대의 전깃줄처럼 양 끝이 고정점에 매달린 케이블의 방정식을 나타내거나 미분방정식의 풀이에 이용된다. 이 절에서는 쌍곡선 함수의 그래프를 소개하고 그 미분법과 역도함수에 어떻게 중요하게 이용되는지 알아보자.

▶ 미분과 적분

1. 쌍곡선함수의 미분

$$\frac{d}{dx}(\sinh u) = \cosh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\cosh u) = \sinh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\tanh u) = \operatorname{sech}^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\coth u) = -\operatorname{csch}^2 u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{sech} u) = -\operatorname{sech} u \tanh u \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{csch} u) = -\operatorname{csch} u \coth u \frac{du}{dx}$$

2. 역쌍곡선함수의 미분

$$\frac{d}{dx}(\sinh^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}} \frac{du}{dx}$$

$$\frac{d}{dx}(\cosh^{-1} u) = \frac{1}{\sqrt{u^2-1}} \frac{du}{dx},\ u > 1$$

$$\frac{d}{dx}(\tanh^{-1} u) = \frac{1}{1-u^2} \frac{du}{dx},\ |u| < 1$$

$$\frac{d}{dx}(\coth^{-1} u) = \frac{1}{1-u^2} \frac{du}{dx},\ |u| > 1$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{sech}^{-1} u) = -\frac{1}{u\sqrt{1-u^2}} \frac{du}{dx},\ 0 < u < 1$$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{csch}^{-1}u) = -\frac{1}{|u|\sqrt{1+u^2}}\frac{du}{dx}, \; u \neq 0$$

3. 쌍곡선함수의 적분

$$\int \sinh u \, du = \cosh u + C$$

$$\int \cosh u \, du = \sinh u + C$$

$$\int \operatorname{sech}^2 u \, du = \tanh u + C$$

$$\int \operatorname{csch}^2 u \, du = -\coth u + C$$

$$\int \operatorname{sech} u \tanh u \, du = -\operatorname{sech} u + C$$

$$\int \operatorname{csch} u \coth u \, du = -\operatorname{csch} u + C$$

4. 역쌍곡선함수의 적분

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2+u^2}} du = \sinh^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C, \; a > 0$$

$$\int \frac{1}{\sqrt{u^2-a^2}} du = \cosh^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C, \; u > a > 0$$

$$\int \frac{1}{a^2-u^2} du = \begin{cases} \frac{1}{a}\tanh^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C \; (u^2 < a^2) \\ \frac{1}{a}\coth^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C \; (u^2 > a^2) \end{cases}$$

$$\int \frac{1}{u\sqrt{a^2-u^2}} du = -\frac{1}{a}\operatorname{sech}^{-1}\left(\frac{u}{a}\right) + C, \; 0 < u < a$$

$$\int \frac{1}{u\sqrt{a^2+u^2}} du = -\frac{1}{a}\operatorname{csch}^{-1}\left|\frac{u}{a}\right| + C, \; u \neq 0, a > 0$$

8장 적분기법

미분적분학의 기본정리는 역도함수들과 정적분을 연결시킨다. 부정적분 $\int f(x)dx$를 구하는 것은 $F'(x)=f(x)$인 함수 F를 찾고 거기에 임의의 상수 C를 더하는 것과 같다.

$$\int f(x)dx = F(x)+C$$

이 장에서는 이전에 보았던 것보다 훨씬 더 복잡한 함수들의 부정적분을 찾아내기 위한 몇 개의 중요한 적분기법을 공부한다. 이 장의 목표는 익숙하지 않은 적분을 이미 적분하는 법을 알고 있는 적분형태로 바꾸거나, 표에서 찾을 수 있는 적분형태로 바꾸거나, 또 컴퓨터를 이용하여 적분값을 계산하는 방법을 배우는 것이다. 또한, 정적분의 개념을 확장하여 피적분함수가 적분영역 위에서 유계가 아니거나 적분영역 그 자체가 유한하지 않은 경우의 적분인 이상적분을 정의한다.

1. 기본 적분공식

1. $\int dx = x$
2. $\int x^n\,dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} \quad (n \neq -1)$
3. $\int \frac{1}{x}\,dx = \ln|x|$
4. $\int u\,dv = uv - \int v\,du$
5. $\int \frac{1}{ax+b}\,dx = \frac{1}{a}\ln|ax+b|$
6. $\int \frac{1}{x(ax+b)}\,dx = \frac{1}{b}\ln\left|\frac{x}{ax+b}\right|$
7. $\int x(ax+b)^n\,dx = \frac{1}{a^2(n+2)}(ax+b)^{n+2} - \frac{1}{a^2(n+1)}(ax+b)^{n+1}$, $(n \neq -1, -2)$
8. $\int x\sqrt{ax+b}\,dx = \frac{2}{15a^2}(ax+b)^{\frac{3}{2}}(3ax-2b)$

9. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{ax+b}}{x}dx = 2\sqrt{ax+b} + \sqrt{b}\ln\left|\frac{\sqrt{ax+b}-\sqrt{b}}{\sqrt{ax+b}+\sqrt{b}}\right|, \quad (b>0)$

10. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{ax+b}}{x}dx = 2\sqrt{ax+b} - 2\sqrt{-b}\tan^{-1}\sqrt{\frac{ax+b}{-b}}, \quad (b<0)$

11. $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{ax+b}}dx = \frac{1}{\sqrt{b}}\ln\left|\frac{\sqrt{ax+b}-\sqrt{b}}{\sqrt{ax+b}+\sqrt{b}}\right|, \quad (b>0)$

12. $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{ax+b}}dx = \frac{2}{\sqrt{-b}}\tan^{-1}\sqrt{\frac{ax+b}{-b}}, \quad (b<0)$

13. $\displaystyle\int \frac{1}{a^2+x^2}dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$

14. $\displaystyle\int \frac{1}{a^2-x^2}dx = \frac{1}{2a}\ln\left|\frac{a+x}{a-x}\right|$

15. $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$

16. $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{x^2\pm a^2}}dx = \ln\left|x+\sqrt{x^2\pm a^2}\right|$

17. $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{a^2\pm x^2}}dx = -\frac{1}{a}\ln\left|\frac{a+\sqrt{a^2\pm x^2}}{x}\right|$

18. $\displaystyle\int \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-a^2}}dx = \frac{1}{a}\sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$

19. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x^2-a^2}}{x}dx = \sqrt{x^2-a^2} - a\sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$

20. $\displaystyle\int \frac{\sqrt{x^2+a^2}}{x}dx = \sqrt{x^2+a^2} - a\ln\left|\frac{a+\sqrt{x^2+a^2}}{x}\right|$

21. $\displaystyle\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx = \frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2} + \frac{a^2}{2}\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right)$

22. $\displaystyle\int \frac{1}{ax^2+bx+c}dx = \frac{2}{\sqrt{4ac-b^2}}\tan^{-1}\left(\frac{2ax+b}{\sqrt{4ac-b^2}}\right), \quad (b^2<4ac)$

23. $\displaystyle\int \frac{1}{ax^2+bx+c}dx = \frac{1}{\sqrt{b^2-4ac}}\ln\left|\frac{2ax+b-\sqrt{b^2-4ac}}{2ax+b+\sqrt{b^2-4ac}}\right|, \quad (b^2>4ac)$

24. $\displaystyle\int \frac{1}{ax^2+bx+c}dx = -\frac{2}{2ax+b}, \quad (b^2=4ac)$

25. $\displaystyle\int \sin ax\,dx = -\frac{1}{a}\cos ax$

26. $\int \cos ax\, dx = \frac{1}{a}\sin ax$

27. $\int \sin^2 ax\, dx = \frac{x}{2} - \frac{\sin(2ax)}{4a}$

28. $\int \cos^2 ax\, dx = \frac{x}{2} + \frac{\sin(2ax)}{4a}$

29. $\int \frac{1}{\sin ax}\, dx = \frac{1}{a}\ln\left|\tan\left(\frac{ax}{2}\right)\right| = \frac{1}{a}\ln|\csc ax - \cot ax|$

30. $\int \frac{1}{\cos ax}\, dx = -\frac{1}{a}\ln\left|\tan\left(\frac{\frac{\pi}{2} - ax}{2}\right)\right| = \frac{1}{a}\ln|\tan ax + \sec ax|$

31. $\int \sin ax \sin bx\, dx = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(a-b)x}{(a-b)} - \frac{\sin(a+b)x}{(a+b)}\right], \quad (a^2 \neq b^2)$

32. $\int \sin ax \cos bx\, dx = -\frac{1}{2}\left[\frac{\cos(a-b)x}{(a-b)} + \frac{\cos(a+b)x}{(a+b)}\right], \quad (a^2 \neq b^2)$

33. $\int \cos ax \cos bx\, dx = \frac{1}{2}\left[\frac{\sin(a-b)x}{(a-b)} + \frac{\sin(a+b)x}{(a+b)}\right], \quad (a^2 \neq b^2)$

34. $\int \sin^n x\, dx = -\frac{\sin^{n-1}x \cos x}{n} + \frac{n-1}{n}\int \sin^{n-2}x\, dx$

35. $\int \cos^n x\, dx = \frac{\cos^{n-1}x \sin x}{n} + \frac{n-1}{n}\int \cos^{n-2}x\, dx$

36. $\int \tan^n x\, dx = \frac{\tan^{n-1}x}{n-1} - \int \tan^{n-2}x\, dx$

37. $\int \cot^n x\, dx = -\frac{\cot^{n-1}x}{n-1} - \int \cot^{n-2}x\, dx$

38. $\int \sec^n x\, dx = \frac{\tan x \sec^{n-2}x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1}\int \sec^{n-2}x\, dx, \quad (n \neq 1)$

39. $\int \csc^n x\, dx = -\frac{\cot x \csc^{n-2}x}{n-1} + \frac{n-2}{n-1}\int \csc^{n-2}x\, dx, \quad (n \neq 1)$

40. $\int x^n \sin ax\, dx = -\frac{1}{a}x^n \cos ax + \frac{n}{a}\int x^{n-1}\cos ax\, dx$

41. $\int x^n \cos ax\, dx = \frac{1}{a}x^n \sin ax - \frac{n}{a}\int x^{n-1}\sin ax\, dx$

42. $\int e^x\, dx = e^x$

43. $\int x^n e^{ax}\, dx = \frac{1}{a}x^n e^{ax} - \frac{n}{a}\int x^{n-1}e^{ax}\, dx, \quad (n > 0)$

44. $\int \frac{e^{ax}}{x^n}dx = -\frac{e^{ax}}{(n-1)x^{n-1}} + \frac{a}{n-1}\int \frac{e^{ax}}{x^{n-1}}\,dx, \quad (n>0)$

45. $\int a^x\,dx = \frac{a^x}{\ln a}$

46. $\int x^n a^{bx}\,dx = \frac{1}{b\ln a}x^n a^{bx} - \frac{n}{b\ln a}\int x^{n-1}a^{bx}\,dx, \quad (n>0)$

47. $\int \ln x\,dx = x\ln x - x$

48. $\int \frac{1}{x\ln x}\,dx = \ln|\ln x|$

49. $\int x^n \ln(ax)\,dx = x^{n+1}[\frac{\ln(ax)}{n+1} - \frac{1}{(n+1)^2}], \quad (n \neq -1)$

50. $\int x^n(\ln ax)^m\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}(\ln ax)^m - \frac{m}{n+1}\int x^n(\ln ax)^{m-1}\,dx\,, \quad (n\neq -1)$

51. $\int x\,e^{ax}\,dx = \frac{ax-1}{a^2}e^{ax}$

52. $\int_0^\infty e^{-ax^2}dx = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}\,, \quad a>0$

53. $\int_0^\infty x^{n-1}e^{-x}dx = (n-1)!, \quad n>0$

54. $\int e^{ax}\sin(bx)\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}[a\sin(bx) - b\cos(bx)]$

55. $\int e^{ax}\cos(bx)\,dx = \frac{e^{ax}}{a^2+b^2}[a\cos(bx) + b\sin(bx)]$

56. $\int \sin^{-1}ax\,dx = x\sin^{-1}ax + \frac{1}{a}\sqrt{1-a^2x^2}$

57. $\int \tan^{-1}ax\,dx = x\tan^{-1}ax - \frac{1}{2a}\ln(1+a^2x^2)$

2. 부분적분

이 절에서는 부분적분을 설명하고 그것을 적용하는 방법을 보여준다.

부분적분공식

$$\int f(x)g'(x)\,dx = f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)dx$$

정적분에 관한 부분적분

$$\int_a^b f(x)g'(x)\,dx = [f(x)g(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x)dx$$

3. 부분분수에 의한 유리함수의 적분

이 절에서는 유리함수를 부분분수(partial fraction)라 불리는 보다 간단한 함수들의 합으로 표현하는 방법을 배운다.

부분분수법(진분수함수 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$)

1. $x-r$이 $g(x)$의 인수이고 $(x-r)^m$이 $g(x)$를 나누는 $x-r$의 가장 높은 차수의 거듭제곱이라 하자. 이때 이 인수에 다음과 같이 m개의 분수식의 합으로 주어지는 부분분수의 합을 대응시킨다.

$$\frac{A_1}{x-r}+\frac{A_2}{(x-r)^2}+\cdots+\frac{A_m}{(x-r)^m}$$

$g(x)$의 다른 1차 인수에도 마찬가지로 적용한다.

2. x^2+px+q가 $g(x)$의 기약 2차 인수이고 $(x^2+px+q)^n$이 $g(x)$를 나누는 가장 높은 차수의 거듭제곱이라 하자. 이때 이 인수에 다음과 같이 n개의 분수의 합으로 주어지는 부분분수의 합을 대응시킨다.

$$\frac{B_1x+C_1}{x^2+px+q}+\frac{B_2x+C_2}{(x^2+px+q)^2}+\cdots+\frac{B_nx+C_n}{(x^2+px+q)^n}$$

$g(x)$의 다른 기약 2차 인수에도 마찬가지로 적용한다.

3. 원래의 분수 $\dfrac{f(x)}{g(x)}$를 이들 부분분수들의 합과 같다고 놓는다. 이렇게 얻은 분수방정식의 양변에 $g(x)$를 곱하고 x에 관한 내림차순으로 항들을 정리한다.

4. 3.에서 얻은 항등식에서 좌우변의 x의 같은 거듭제곱에 대응하는 계수들을 같다고 놓고 미정계수에 관한 방정식을 푼다.

4. 삼각함수의 적분

▶ 사인의 거듭제곱과 코사인의 거듭제곱의 곱

다음 형태의 적분으로 시작해 보자 $\int \sin^m x \cos^n x\, dx$

여기서, m과 n은 음이 아닌 정수들이다. 세 가지 경우로 나누어 생각해 볼 수 있다.

경우1. m이 홀수이면 $m=2k+1$로 쓸 수 있고 항등식 $\sin^2 x = 1-\cos^2 x$를 이용하여 $\sin^m x = \sin^{2k+1} x = (\sin^2 x)^k \sin x = (1-\cos^2 x)^k \sin x$로 나타낸다. 그 다음에 $\sin x$와 dx를 결합하여 $\sin x\, dx$를 $-d(\cos x)$로 놓는다.

경우2. m이 짝수이고 n이 홀수이면, $n=2k+1$로 쓸 수 있고 항등식 $\cos^2 x = 1-\sin^2 x$를 이용하여

$$\cos^n x = \cos^{2k+1} x = (\cos^2 x)^k \cos x = (1-\sin^2 x)^k \cos x$$

로 나타낸다. $\cos x$와 dx를 결합하여 $\cos x\, dx$를 $d(\sin x)$로 놓는다.

경우3. m과 n이 모두 짝수이면, 항등식 $\sin^2 x = \dfrac{1-\cos 2x}{2}$, $\cos^2 x = \dfrac{1+\cos 2x}{2}$를 이용하여 피적분함수를 $\cos 2x$에 관한 더 낮은 차수의 함수로 바꾼다.

▶ $\tan x$와 $\sec x$의 거듭제곱의 적분

우리는 탄젠트와 시컨트, 그리고 이 함수들의 제곱의 적분을 알고 있다. 더 높은 차수의 거듭제곱은 항등식 $\tan^2 x = \sec^2 x - 1$, $\sec^2 x = \tan^2 x + 1$과 필요하면 부분적분을 이용하여 거듭제곱의 차수를 줄일 수 있다.

▶ 사인과 코사인의 곱

적분 $\int \sin mx \sin nx dx$, $\int \sin mx \cos nx dx$, $\int \cos mx \cos nx dx$은 사인과 코사인 함수들에 대한 각의 합 공식을 이용한다.

5. 삼각치환

삼각치환은 피적분함수에 $\sqrt{a^2-x^2}$, $\sqrt{a^2+x^2}$, $\sqrt{x^2-a^2}$이 포함되어 있는 적분은 $x=a\sin\theta$, $x=a\tan\theta$, $x=a\sec\theta$로 치환한다.

6. 수치적 적분

지금까지 보아 온 것처럼 정적분 $\int_a^b f(x)\,dx$를 계산하는 가장 이상적인 방법은 먼저 $f(x)$의 역도함수 중 하나의 함수를 나타내는 식 $F(x)$를 찾고 $F(b)-F(a)$를 계산하는 것이다. 그러나 어떤 함수는 역도함수를 찾는데 많은 노력이 필요하고 $\sin(x^2)$, $\dfrac{1}{\ln x}$와 $\sqrt{1+x^4}$과 같은 함수들의 역도함수는 초등함수로 표현되지도 않는다. 또, 다른 상황은 실험적으로 얻은 정보를 표에 기록하여 함수를 정의했을 때 일어난다. 이 경우에는 함수를 표시할 식 조차도 존재하지 않는다.
어떤 이유가 되든 역도함수로 정적분을 계산할 수 없을 때는 이 절에 소개되는 사다리꼴 공식(Trapezoidal Rule)이나 심프슨의 공식(Simpson's Rule)과 같은 수치 해석적 방법으로 돌아가야 한다.

사다리꼴 공식

$\int_a^b f(x)\,dx$의 근삿값을 구하기 위하여

$T=\dfrac{\Delta x}{2}\left(y_0+2y_1+2y_2+\cdots+2y_{n-1}+y_n\right)$을 이용한다. y_i값들은 분할점

$x_0=a, x_1=a+\Delta x, x_2=a+2\Delta x, \cdots, x_{n-1}=a+(n-1)\Delta x, x_n=b$에서의

f의 값들이고, $\Delta x=\dfrac{(b-a)}{n}$이다.

심프슨의 공식

$\int_a^b f(x)\,dx$의 근삿값을 구하기 위하여

$$S=\frac{\Delta x}{3}\left(y_0+4y_1+2y_2+4y_3+\cdots+2y_{n-2}+4y_{n-1}+y_n\right)$$

을 이용한다. y_i값들은 분할점

$x_0=a, x_1=a+\Delta x, x_2=a+2\Delta x, \cdots, x_{n-1}=a+(n-1)\Delta x, x_n=b$

에서의 함수값들이다. n은 짝수이고 $\Delta x=\dfrac{(b-a)}{n}$이다.

7. 이상적분

유형 I 의 이상적분

무한극한을 가진 적분을 **유형 I 의 이상적분**(improper integrals of type I)이라 한다.

1. 만일 함수 $f(x)$가 $[a, \infty)$에서 연속이면 $\displaystyle\int_a^{\infty} f(x)\,dx = \lim_{b\to\infty}\int_a^b f(x)\,dx$

2. 만일 함수 $f(x)$가 $(-\infty, b]$에서 연속이면

$$\int_{-\infty}^{b} f(x)\,dx = \lim_{a\to-\infty}\int_a^b f(x)\,dx$$

3. 만일 함수 $f(x)$가 $(-\infty, \infty)$에서 연속이면

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx = \int_{-\infty}^{c} f(x)\,dx + \int_c^{\infty} f(x)\,dx$$

여기서, c는 임의의 실수이다. 각각의 경우에 극한이 유한하면 이상적분은 **수렴**(converge)한다고 하며, 극한은 이상적분의 **값**(value)이 된다. 만일 극한이 존재하지 않으면 이상적분은 **발산**(diverge)한다고 한다.

유형 II 의 이상적분

적분구간의 끝점이나 내부의 한 점에서 무한대가 되는 함수의 적분을 **유형 II 의 이상적분**(improper integrals of type II)이라고 한다.

1. 함수 $f(x)$가 $(a, b]$에서 연속이고 a에서 불연속이면

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{c\to a^+}\int_c^b f(x)\,dx$$

2. 함수 $f(x)$가 $[a, b)$에서 연속이고 b에서 불연속이면

$$\int_a^b f(x)\,dx = \lim_{c\to b^-}\int_a^c f(x)\,dx$$

3. 함수 $f(x)$가 $c\,(a<c<b)$에서 불연속이고 $[a,c)\cup(c,b]$에서 연속이면

$$\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$$

로 정의한다. 각각의 경우에 극한이 유한하면 이상적분은 **수렴**(converge)한다고 하며, 극한은 이상적분의 **값**(value)이 된다. 만일 극한이 존재하지 않으면 이상적분은 **발산**(diverge)한다고 한다.

직접 비교 판정법

함수 f와 g가 $[a, \infty)$에서 연속이고 모든 $x \geq a$에 대하여 $0 \leq f(x) \leq g(x)$ 일 때

1. $\int_a^{\infty} g(x)\,dx$가 수렴하면 $\int_a^{\infty} f(x)\,dx$도 수렴한다.
2. $\int_a^{\infty} f(x)\,dx$가 발산하면 $\int_a^{\infty} g(x)\,dx$도 발산한다.

극한 비교 판정법

양인 함수 f와 g가 $[a, \infty)$에서 연속이고 $\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = L$, $0 < L < \infty$이면

$\int_a^{\infty} f(x)\,dx$, $\int_a^{\infty} g(x)\,dx$는 동시에 수렴하든지 발산한다.

미분적분학 I 문제편

0001 곡선 $x^4+y^4=1$ 위의 모든 점에서의 접선들의 합집합을 A라고 하면 A는 평면의 부분집합이다. 다음 중 A의 원소가 아닌 것은?

① $(0,1)$ ② $(1,-1)$ ③ $(2,\sqrt{3})$ ④ $\left(\frac{1}{\sqrt{2}},\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

0002 다음 <보기>에서 p가 q이기 위한 충분조건은 모두 몇 개인가? (단, 문자는 모두 실수이다.)

<보기>	(가)	(나)	(다)	(라)
p	$xy=0$	$x>z$	$xy<0$	$x^2=1$
q	$x^2+y^2=0$	$x>y$이고 $y>z$	$\lvert x\rvert+\lvert y\rvert>0$	$x=1$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개

0003 두 집합 $A=\{1,2,3\}$와 $P=\{X\mid X\subset A\}$에 대하여, 다음 <보기>에서 옳은 것을 선택하여 놓은 것은?

<보기>
(가) $A\cap P=A$ (나) $A\cup P=P$ (다) $\{A\}\in P$ (라) $A\in P$ (마) $\{\varnothing\}\subset P$

① (가), (다) ② (나), (라) ③ (다), (마) ④ (라), (마)

0004 <보기>의 명제 중에서 참인 명제를 선택하여 놓은 것은?

<보기>
㈎ $x+y, xy$가 유리수이면 x, y는 모두 유리수이다.
㈏ $y=x+\sqrt{5}$를 만족하는 유리수 x, y가 존재한다.
㈐ 임의의 유리수 x에 대하여 $xy=1$을 만족하는 유리수 y가 존재한다.
㈑ 임의의 무리수 x에 대하여 $xy=1$을 만족하는 무리수 y가 존재한다.

① ㈎, ㈏ ② ㈏, ㈐ ③ ㈐ ④ ㈑

0005 집합 $A=\{a-b\sqrt{11}\,|\,a, b$는 실수$\}$에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

㈎ $\sqrt{22}$는 집합 A의 원소이다.
㈏ 집합 A는 덧셈에 대하여 닫혀있다.
㈐ 집합 A는 곱셈에 대하여 닫혀있지 않다.
㈑ 집합 A는 나눗셈에 대하여 닫혀있다.

① ㈎ ② ㈎,㈏ ③ ㈏,㈐,㈑ ④ ㈎,㈏,㈐

0006 정수 N을 7로 나눈 나머지가 1이고, 정수 M을 7로 나눈 나머지가 2일 때, 정수 N과 M의 곱을 7로 나누었을 때, 나머지를 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

0007 모든 실수 집합 R에서 연산 $\otimes$를 다음과 같이 정의할 때, 연산 $\otimes$에 대한 항등원을 구하면?

$$x \otimes y = x+y+3$$

① -3 ② −1 ③ 1 ④ 3

0008 $\frac{1-2i}{1+2i}=a+bi$일 때, a^2+b^2+1의 값은? (단, a와 b는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

0009 복소수 z가 $z^8=1$을 만족할 때, $1+z+z^2+\cdots+z^7$의 값은? (단, $z\neq 1$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1

0010 z가 복소수일 때, $z^3=-1$의 근이 아닌 것은?

① -1 ② $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ③ $\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$ ④ $-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$

0011 $x^3=-1$의 두 허근을 α,β라 할 때, $\alpha^{2010}+\beta^{2010}$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

0012 $a=\frac{-1+\sqrt{3}i}{2}, b=\frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$일 때, $a^{2011}+b^{2011}$의 값은?

(단, $i=\sqrt{-1}$)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1

0013 복소수 $z=i, a=1+i, b=2-i$일 때, $\left|\dfrac{az+b}{\overline{b}z+\overline{a}}\right|$의 값은?

(단, $i=\sqrt{-1}$, $\overline{\alpha}$는 α의 켤레복소수)

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2

0014 $2-\dfrac{1}{z}=\overline{z}$를 만족하는 복소수 z들의 합은? (단, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수)

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3

0015 무한급수 $\dfrac{2010}{1\times3}+\dfrac{2010}{3\times5}+\dfrac{2010}{5\times7}+\cdots$의 값은?

① 1004 ② 1005 ③ 2008 ④ 2010

0016 $x^3+3x^2-6x+a=0$의 세근이 등차수열을 이룬다. a의 값은?

① -10 ② -8 ③ -6 ④ 2

0017 자연수 241을 $2^{2x}-2^x+1$로 표현할 때, x는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5

0018 방정식 $10(x+3)=5^{1+2\log_5 2x}$을 만족하는 실수 x의 값은?

① -1　　② $\frac{1}{2}$　　③ $\frac{3}{2}$　　④ $-1, \frac{3}{2}$

0019 다음 방정식이 실수 t에 관계없이 항상 $x=2$를 근으로 가질 때, 두 실수 a, b 의 합을 구하면?

$$x^2+(t+4)a-(t+3)b-4=0$$

① $-\frac{3}{2}$　　② -1　　③ $-\frac{1}{2}$　　④ 0

0020 방정식 $2^n x^2 - x + 5 = 0$의 두 근을 a_n, b_n이라고 할 때, 무한급수 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n+b_n)$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{8}$　　② $\frac{1}{4}$　　③ $\frac{1}{2}$　　④ 1

0021 어떤 실수 a에 대해서 다음 연립방정식이 공통근을 갖는다고 할 때, 공통근들의 집합은?

$$\begin{cases} x^3 - x + a = 0 \\ x^2 - ax - 1 = 0 \end{cases}$$

① $\{0\}$　　② $\{1\}$　　③ $\{-1, 1\}$　　④ $\{-1, 0, 1\}$

0022 모든 실수 x에 대하여 다음 이차부등식 $x^2+2ax-4(a-3)\geq 0$이 성립하도록 상수 a를 정할 때 a의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2

0023 다음 명제가 참일 때의 a의 최댓값은?

"$|x-2|<a$이면 $x^2-x-20<0$이다."

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6

0024 $-1<2x<1$ 일 때, 다음 각 수의 대소를 비교하면?

$$A=x^2,\ B=x-1, C=1-x,\ D=\frac{1}{x+1}$$

① $A>D>B\geq C$ ② $A>B>D\geq C$

③ $D>C>A>B$ ④ $D\geq C>A>B$

0025 로그 부등식 $\ln(x-1)+\ln x\leq \ln 2$ 을 만족하는 x 에 대하여 다음 식 $\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt[3]{(x+1)^3}$ 이 갖는 값은?

ⓐ 1 ⓑ 2 ⓒ 3 ⓓ 4

0026 $A^2+2A-3<0$일 때, $\sqrt{(A-1)^2}+\sqrt[3]{(A+3)^3}$과 같은 것은?

① $-2A+4$ ② -4 ③ 4 ④ $2A+2$

0027 부등식 $\cos^2\theta - 3\cos\theta - a + 9 \ge 0$이 모든 실수 θ에 대하여 항상 성립하는 실수 a의 최대범위는?

① $a \le \frac{27}{4}$ ② $a \le 7$ ③ $a \le 13$ ④ $0 < a \le 13$

0028 음이 아닌 두 수의 곱이 25일 때, 두 수의 합의 최솟값은?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 26

0029 두 개의 양의 실수 A와 B에 대하여 $A^2 + B^2 = 10$일 때, AB의 최댓값을 구하면?

① 2 ② 5 ③ $5\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$

0030 다음 부등식들 중 옳지 않은 것은?

① $2ab \le \epsilon a^2 + \frac{b^2}{\epsilon}$, $(a,b > 0,\ \epsilon > 0)$

② $ab \le \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2}$, $(a,b > 0)$

③ $ab \le \epsilon a^2 + \frac{b^2}{4\epsilon}$, $(a,b > 0,\ \epsilon > 0)$

④ $8ab \le 4\epsilon a^2 + \frac{b^2}{\epsilon}$, $(a,b > 0,\ \epsilon > 0)$

0031 모든 양수 x, y, z에 대하여, $\dfrac{(x^2+1)(y^2+1)(z^2+1)}{xyz} \geq A$를 만족하는 상수 A의 최댓값은?

① 2 ② 3 ③ 6 ④ 8

0032 윗 면적이 없는 직육면체 상자의 겉넓이가 $24(m^2)$가 되도록 만들고자 한다. 이상자의 부피의 최댓값은? (단, 단위는 m^2)

① $8\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ 8 ④ 16

0033 영역 $D = \{(x,\ y) : x^2 + 4y^2 \leq 2\}$에서 함수 $f(x,\ y) = 2e^{xy}$의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하면?

① 2 ② 4 ③ $\dfrac{1}{\sqrt{e}}$ ④ $4\sqrt{e}$

0034 부등식 $\dfrac{x+1}{x} \geq x^2 - x + 2$의 해는?

① $0 \leq x \leq 1$ ② $0 < x \leq 1$

③ $x < 0, x \geq 1$ ④ $0 < x \leq 2$

0035 포물선 $y = x^2 + 2x + 11$, 직선 $y = 4x + k$가 만나지 않기 위한 k의 범위는?

① $k \geq 7$ ② $k < 7$ ③ $k \geq 10$ ④ $k < 10$

0036 다음에 주어진 곡선 중 구간 $[2, 7]$에서 곡선의 길이를 오름차순으로 배열하면?

ⓐ $f(x)=2x-1$	ⓑ $f(x)=e^x-1$	ⓒ $f(x)=5$	ⓓ $f(x)=2^x$

① ⓐ, ⓑ, ⓒ, ⓓ　　② ⓑ, ⓐ, ⓒ, ⓓ
③ ⓒ, ⓐ, ⓑ, ⓓ　　④ ⓒ, ⓐ, ⓓ, ⓑ

0037 평면에서 점 (1,1)을 어떤 직선 l 에 대하여 선대칭 이동을 하면 점 (−1,3)이다. 직선 l의 방정식은?

① $x-y+1=0$　　② $x-y+2=0$
③ $x+y-1=0$　　④ $x+y-2=0$

0038 점 $A(4,4)$에서 직선 $x+3y=6$까지의 거리를 구한 값은?

① $\sqrt{3}$　② $2\sqrt{3}$　③ $3\sqrt{3}$　④ $\sqrt{10}$

0039 점 $P(2,1)$에서 직선 $y=x$ 위의 점 $Q(a,b)$까지의 거리 중 최단거리는?

① $\frac{1}{\sqrt{3}}$　② $\frac{1}{\sqrt{2}}$　③ $\frac{1}{2}$　④ 1

0040 원 $x^2+y^2=1$과 직선 $4x+3y=20$ 위의 점 사이의 최단거리는?

① 1　② 2　③ 3　④ 5

0041 두 곡선 $x^2-2x+y^2-y+a=0$과 $2x+y=5$가 만나기 위한 a의 최댓값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$

0042 점 $A(2,1,3)$를 지나고 구 $x^2+y^2+z^2-4x+6y+2z=0$에 접하는 한 직선을 l이라 할 때, 점 $A(2,1,3)$에서 l과 구가 만나는 점까지의 거리는?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$

0043 실공간 R^3상에 반지름의 길이가 5인 구 S가 있다. S를 xy평면으로 자른 단면의 방정식이 $(x-1)^2+(y-1)^2=9$ 일 때, 구 S의 중심의 좌표가 될 수 있는 것은?

① $(1,1,1)$ ② $(1,1,2)$ ③ $(1,1,3)$ ④ $(1,1,4)$

0044 직선 $y=mx+n$이 직선 $y=2x$에 수직이고 타원 $2x^2+y^2=8$에 접할 때, $m+|n|$의 값은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{2}$

0045 x절편이 2, y절편이 3, z절편이 4인 평면의 방정식은?

① $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=0$ ② $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$

③ $2x+3y+4z=0$ ④ $2x+3y+4z=1$

0046 좌표평면에서 부등식 $(|x|-1)^2+(|y|-1)^2 \le 2$가 나타내는 영역의 넓이는?

① $6\pi+8$ ② $6\pi+6$ ③ $4\pi+8$ ④ $4\pi+6$

0047 x축의 양의 방향과 이루는 각이 $\frac{\pi}{6}$이며, 원점을 지나는 직선에 대하여 반사에 의한 벡터 $(1,\ 1)$의 상은?

① $\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ② $\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2},\ \frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

③ $\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2},\ -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ④ $\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2},\ -\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

0048 일차변환 $A=\begin{pmatrix} \cos\frac{\pi}{6} & -\sin\frac{\pi}{6} \\ \sin\frac{\pi}{6} & \cos\frac{\pi}{6} \end{pmatrix}$에 대하여 A^{60}의 값은?

① $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

0049 행렬 $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$은 R^3 의 원점을 지나는 직선에 관한 회전을 나타낸다. 회전축은?

① $y=x, z=0$ ② x축 ③ y축 ④ z축

0050 모든 실수에서 정의된 $f(x)$가 직선 $x=-1$에 대하여 대칭일 때, $f(1)-f(-3)$의 값을 구하면?

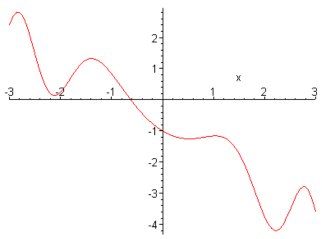
① -3 ② -1 ③ 0 ④ 4

0051 함수 $f(x)$가 모든 실수 x, y에 대하여 다음 관계를 만족한다고 할 때, $3f(2)-f(-2)$의 값을 구하면?

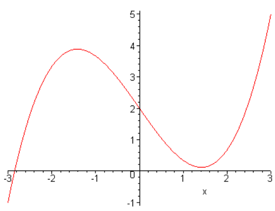
$$f(x)f(y)=f(x+y)+f(x-y),\ f(0)\neq 0,\ f(1)=1$$

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2

0052 함수 f 와 g 의 그래프가 다음과 같이 주어져 있다.



$y=f(x)$의 그래프



$y=g(x)$의 그래프

이 때, $(g\circ f)(1)-(f\circ g)(-3)$의 값으로 가장 가까운 것은?

① -2 ② 0 ③ 3 ④ 4

0053 실수전체에서 정의된 함수 f가 모든 실수 x에 대하여 항등식 $(x^2-2)f(x)+f(3-x)=x-x^2$을 만족할 때, $f(4)$의 값은?

① $-\frac{14}{15}$ ② $-\frac{3}{8}$ ③ $-\frac{7}{14}$ ④ $\frac{3}{8}$

0054 함수 $f:R \to R$의 역함수를 f^{-1}라 하고, 함수 $g:R \to R$의 역함수를 g^{-1}라 하자. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(f+g)^{-1} = f^{-1} + g^{-1}$

② $(f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

③ $f \circ g = g \circ f$이면 $f^{-1} \circ g^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$이다.

④ $f \circ g \circ f = f$이면 $f^{-1} = g$이다.

0055 $y = f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}$일 때 다음 중 올바른 관계를 나타낸 것은?

① $f(2x) = f(x) - 1$ ② $x = f(y)$

③ $x = f(2y) - 1$ ④ $f(1/x) = f(x)$

0056 $f(x) = \dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x-1}$일 때, f 의 정의역은?

① $-1 \le x < 2$ ② $-1 < x < 1$

③ $-1 < x \le 1$ ④ $-1 \le x < 1$

0057 실수 전체의 집합 R에서 R로의 함수 f를 다음과 같이 정의한다.

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x > 2) \\ -\sqrt{a(x-2)} + b & (x \le 2) \end{cases}$$

다음 중 함수 f가 일대일 대응이 되기 위한 두 상수 a, b의 조건으로 옳은 것은?

① $a > 0,\ b = 0$ ② $a < 0,\ b = 0$

③ $a > 0,\ b = 1$ ④ $a < 0,\ b = 1$

0058 $\sqrt{x+5}=ax-2,\ (a<0)$에서 x가 실근을 갖기 위한 가장 큰 a의 값은 얼마인가?

① $-\dfrac{2}{5}$　　② $-\dfrac{3}{4}$　　③ $-\dfrac{3}{5}$　　④ $-\dfrac{1}{2}$

0059 $\sqrt{2x-1}\le 3x+b$가 성립하기 위한 b의 최솟값은?

① -2　　② $-\dfrac{4}{3}$　　③ $-\dfrac{2}{3}$　　④ $-\dfrac{1}{3}$

0060 다음 중 우함수인 것은?

① $f(x)=\dfrac{|x|}{1+x^2}$　　② $g(x)=\dfrac{\sin x}{x^2+\pi}$

③ $h(x)=\dfrac{x}{1+x}$　　④ $k(x)=(x+1)^2$

0061 다음 함수 중 구간 $(1,\infty)$에 속하는 임의의 $x,\ y,\ z$에 대하여

$$f\left(\frac{x+y+z}{3}\right)\le\frac{f(x)+f(y)+f(z)}{3}$$

의 부등식을 항상 만족하는 것을 모두 고르면?

(ㄱ) $f(t)=\ln\left(\dfrac{t^4}{t-1}\right)$　　(ㄴ) $f(t)=|t-2|+|t-3|+|t-4|$

(ㄷ) $f(t)=\dfrac{e^{3t}+e^{-2t}}{2}$

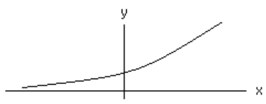
① (ㄱ), (ㄴ)　　② (ㄱ), (ㄷ)　　③ (ㄴ), (ㄷ)　　④ (ㄱ), (ㄴ), (ㄷ)

0062 $x>1$일 때, 다음 중 $(\ln x)^x$와 같은 것은?

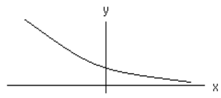
① $x^{\ln x}$ ② $e^{x\ln(\ln x)}$ ③ $(\ln x)^2$ ④ $e^{(\ln x)^2}$

0063 $y=e^{-x^2}$의 그래프로 옳은 것을 택하라.

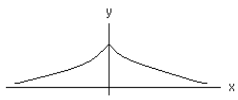
①



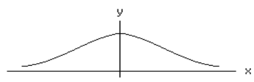
②



③



④



0064 부채꼴에서 중심각의 크기를 10% 늘리고 반지름을 10% 줄였을 때, 넓이의 변화율을 구하면?

① 9.9% 감소 ② 10.9% 감소 ③ 9.9% 증가 ④ 10.9% 증가

0065 $\sin a+\cos a=\dfrac{1}{3}$일 때, $\sec a(\tan a+\cot^2 a)$의 값은?

① $\dfrac{38}{16}$ ② $\dfrac{39}{16}$ ③ $\dfrac{40}{16}$ ④ $\dfrac{41}{16}$

0066 이차방정식 $x^2-\sqrt{3}x-2=0$의 두 근을 $\tan a, \tan b$라 할 때, $\cos^2(a+b)-3\cos(a+b)\sin(a+b)-2\sin^2(a+b)$의 값은?

① $\frac{1-3\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{1+3\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{1-3\sqrt{3}}{2}$ ④ $\frac{1+3\sqrt{3}}{2}$

0067 $\theta=18°$ 일 때, $\sin 2\theta=\cos 3\theta$가 성립한다. 이 때, $\sin 18°$ 의 값은?

① $\frac{-1+\sqrt{5}}{4}$ ② $\frac{-1-\sqrt{5}}{4}$ ③ $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ④ $\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$

0068 $a=\frac{\pi}{18}$일 때, $\frac{\sin a+\sin 3a+\sin 5a}{\cos a+\cos 3a+\cos 5a}$의 값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$

0069 다음 중 $\sin x$와 값이 일치하는 함수는?

① $\sin(-x)$ ② $\sin(x+\frac{\pi}{2})$ ③ $\sin(\pi+x)$ ④ $\sin(\pi-x)$

0070 $\cos x$ 와 $\sin x$ 에 대한 성질 중 틀린 것은?

① $\sin x=\sin(-x)$ ② $\cos x=\cos(-x)$

③ $\sin(x-\pi)=\sin(x+\pi)$ ④ $\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=\sin x$

0071 a와 b는 실수이다. 구간 $0 \le \theta \le 2\pi$에서 함수 $f(\theta) = a\cos\theta + b\sin\theta$의 최댓값은?

① $a+b$ ② $a-b$ ③ $\frac{a+b}{2}$ ④ $\sqrt{a^2+b^2}$

0072 함수 $f(x) = a\sin x + b\cos x$의 최댓값과 최솟값의 차이가 10이라 한다. 또한, $f(\frac{\pi}{4}) = \frac{7}{\sqrt{2}}$일 때, $|a-b|$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

0073 $0 \le x \le 2\pi$에서 함수 $f(x) = \cos^2(x+\frac{\pi}{2}) + 3\cos^2 x + 4\sin(x+\pi)$의 최댓값을 구하면?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8

0074 $0 \le x \le 2\pi$일 때, $f(x) = 4\cos x - 4\sin^2 x + 6$의 최댓값과 최솟값의 차를 구하면?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9

0075 함수 $y = \sin^2 x + 2\cos^2 x - 6\sin x + 11$의 최댓값과 최솟값의 차이는?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13

0076 $f(x)=a\sin\dfrac{x}{p}+b \quad (a>0, p>0)$의 최댓값은 5, $f(\dfrac{\pi}{3})=\dfrac{7}{2}$, 주기가 4π일 때, $a+b+p$의 값을 구하면?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10

0077 $x=a\sec\theta$, $y=b\tan\theta$로 표현되는 평면곡선을 직교좌표 방정식으로 나타내면?

① $\dfrac{x^2}{b^2}-\dfrac{y^2}{a^2}=1$ ② $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$

③ $\dfrac{x^2}{b^2}+\dfrac{y^2}{a^2}=1$ ④ $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$

0078 부등식 $\cos^2\theta-3\cos\theta-a+9\ge 0$이 모든 실수 θ에 대하여 항상 성립하는 실수 a의 최대범위는?

① $a\le\dfrac{27}{4}$ ② $a\le 7$ ③ $a\le 13$ ④ $0<a\le 13$

0079 부등식 $\sin^2x+4\cos x+k\le 2$가 항상 성립하기 위한 상수 k의 범위는?

① $k\ge -1$ ② $k\ge -2$ ③ $k\le -1$ ④ $k\le -2$

0080 방정식 $\sin 10x = x$의 근의 개수는?

① 1개 ② 3개 ③ 5개 ④ 7개

0081 정사면체의 두 면이 이루는 이면각을 θ라 할 때, $\cos\theta$의 값은?

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

0082 포물선 $y=x^2$과 포물선 $y=x^2-x+1$의 교각을 ψ라 할 때, $\tan\psi$의 값은 얼마인가?

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$

0083 아이스하키 경기에서 퍽이 $\vec{v}=3\vec{i}-4\vec{j}$ 의 속도로 움직인다. $y=-5$로 표현되는 편평한 벽에 반사될 경우 벽에 수직한 면과 반사된 퍽이 움직인 방향의 사이각도를 θ라 할 때, $\sin\theta$의 값을 구하시오.
(단, 모든 마찰은 무시하고, 반사계수는 1로 간주한다.)

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{3}{4}$ ③ $\dfrac{3}{5}$ ④ $\dfrac{4}{5}$

0084 다음 중 $\sin 3\theta$ 와 같은 것은?

① $\sin^3\theta-4\sin\theta$ ② $3\sin^3\theta-4\sin\theta$

③ $4\sin^3\theta-\sin\theta$ ④ $3\sin\theta-4\sin^3\theta$

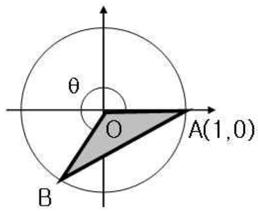
0085 $\sin x = -\frac{1}{4}$ 일 때, $\sec x \cdot \tan x$의 값은?

① $\frac{4}{15}$ ② $-\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $-\frac{1}{4}$

0086 $\tan\frac{a}{2} = t$일 때, $\sin a$를 t의 함수로 나타내면?

① $\frac{t^2}{t^2+1}$ ② $\frac{t^2-1}{t^2+1}$ ③ $\frac{2t}{t^2+1}$ ④ $\frac{2t}{t^2-1}$

0087 좌표평면 위에 점 $O(0,0)$, $A(1,0)$이 있고, $\pi < \theta < 2\pi$일 때, $\angle AOB = \theta$가 되도록 점 B를 단위원 $x^2+y^2=1$위에 잡았다. 삼각형 $\triangle AOB$의 넓이는?



① $\frac{1}{2}\cos(\pi-\theta)$ ② $1-\cos^2\theta$

③ $\frac{1}{2}|\sin\theta\cos\theta|$ ④ $|\cos\frac{\theta}{2}|\sin\frac{\theta}{2}$

0088 함수 $g(x) = 2\cos x + \sin 2x$의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① g는 주기가 2π인 함수이다.

② g는 구간 $\left(\frac{5}{6}\pi, 2\pi\right)$에서 증가상태에 있다.

③ g는 구간 $\left(0, \frac{5}{6}\pi\right)$에서 오목하다.

④ g의 최댓값은 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$, 최솟값은 $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$이다.

0089 다음과 같이 주어진 곡선 σ의 길이를 구하면?

$$\sigma : x = \sin^2 t,\ y = \cos^2 t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}$$

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 2 ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$

0090 $\sin^{-1}a = \frac{\pi}{6}$, $\sin^{-1}b = \frac{\pi}{3}$일 때, $a^2 + b^2$의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

0091 $\sin(\sin^{-1}x) = x$가 성립하는 x의 범위는?

① 모든 실수 ② 모든 양의 실수

③ $-1 < x < 1$ ④ $-1 \le x \le 1$

0092 다음 중 옳지 않은 것은?

① $y = \sin x$의 역함수는 $x = \sin y$, $-\frac{\pi}{2} \le y \le \frac{\pi}{2}$이다.

② 임의의 실수 x에 대하여 역사인함수 $\sin^{-1}x$는 $\sin^{-1}(\sin x) = x$를 만족한다.

③ $\sin^{-1}x \ne \frac{1}{\sin x}$이다.

④ $y = \sin x$는 그 치역 $-1 \le y \le 1$에서 역함수를 정의할 수 없다.

0093 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① sine 함수의 역함수 $f(x)=\sin^{-1}x$는 정의역이 $[-1,1]$이다.

② cosine 함수의 역함수 $g(x)=\cos^{-1}x$를 치역이 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$가 되도록 잡을 수 있다.

③ 모든 $x\in[-1,1]$에 대하여 $\sin^{-1}x+\cos^{-1}x=\dfrac{\pi}{2}$이다.

④ $f(x)=\sin^{-1}x$는 증가함수이다.

0094 $y=\sin^{-1}x\ (-1\le x\le 1)$일 때, $\cos y$를 x에 관한 식으로 나타내면?

① x ② $1+x$ ③ $\sqrt{1+x^2}$ ④ $\sqrt{1-x^2}$

0095 $-1\le x\le 1$일 때, $y=\sin(\cos^{-1}x)$를 대수함수로 나타낸 것은?

① $1-x$ ② x ③ $\sqrt{1+x^2}$ ④ $\sqrt{1-x^2}$

0096 $\cos\left(\tan^{-1}\dfrac{2}{3}\right)$의 값은?

① $\dfrac{2}{\sqrt{13}}$ ② $\dfrac{3}{\sqrt{13}}$ ③ $\dfrac{2}{5}$ ④ $\dfrac{3}{5}$

0097 다음 $\sin\left(2\cos^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right)\right)$의 값은 얼마인가?

① $\dfrac{\sqrt{2}}{9}$ ② $\dfrac{2\sqrt{2}}{9}$ ③ $\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$ ④ $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$

0098 $\sin^2\left(\cos^{-1}\frac{2}{3}\right)$의 값은?

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$

0099 $\csc[\cos^{-1}(-\frac{1}{\sqrt{2}})]$의 값은?

① $-\frac{\pi}{4}$ ② $-\frac{1}{\sqrt{2}}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ④ $\sqrt{2}$

0100 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = -\sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ② $\tan^{-1}(-2) = -\tan^{-1}(2)$

③ $\cos^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right) = \pi + \cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ ④ $\cos^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

0101 $0 < x < 1$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sin^{-1}x < \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ② $\tan^{-1}x < x$

③ $\tan^{-1}x > \frac{x}{1+x^2}$ ④ $\sin^{-1}x < x$

0102 $-1 \le x \le 1$일 때, $\cos^{-1}x + \sin^{-1}x$의 값을 구하면?

① 0　② $\frac{\pi}{3}$　③ $\frac{\pi}{2}$　④ π

0103 $\cos^{-1}(\frac{4}{5}) + \cos^{-1}(\frac{3}{5})$의 값은?

① $\frac{\pi}{6}$　② $\frac{\pi}{4}$　③ $\frac{\pi}{3}$　④ $\frac{\pi}{2}$

0104 함수 $f(x) = \tan x \ (0 \le x < \frac{\pi}{2})$에 대하여 $f^{-1}(2) + f^{-1}(3)$의 값을 구하면?

① $\frac{\pi}{4}$　② $\frac{\pi}{2}$　③ $\frac{3}{4}\pi$　④ π

0105 $\tan^{-1}(\frac{1}{3}) + \tan^{-1}(\frac{1}{7})$의 값을 구하면?

① $\tan^{-1}(\frac{1}{10})$　② $\tan^{-1}(\frac{1}{4})$　③ $\tan^{-1}(\frac{1}{2})$　④ $\frac{\pi}{4}$

0106 개구간 $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$을 치역으로 하는 함수 $\tan^{-1}x$에서 $\tan^{-1}2 - \tan^{-1}(\frac{1}{3})$의 값은?

① 0　② $\frac{\pi}{6}$　③ $\frac{\pi}{4}$　④ $\frac{2}{3}\pi$

0107 $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+\tan^{-1}\left(-\frac{1}{3}\right)$을 간단히 하면?

① $\tan^{-1}\frac{1}{7}$ ② $\tan^{-1}\frac{3}{7}$ ③ $\tan^{-1}\frac{5}{7}$ ④ $\tan^{-1}1$

0108 $\tan\left(\tan^{-1}11-\tan^{-1}9\right)$의 값은?

① $\frac{1}{50}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ $\frac{1}{2}$

0109 $a_n=\tan^{-1}n$, $b_n=\tan^{-1}\frac{1}{n}$일 때, 다음 중 모든 자연수 n에 대하여 옳은 것은?

① $a_n+b_n=\frac{\pi}{2}$ ② $a_n-b_n=\frac{\pi}{4}$

③ $a_nb_n=1$ ④ $a_nb_n=\frac{\pi}{4}$

0110 방정식 $x+1=2\sin\left(2\tan^{-1}x\right)$의 실수해를 모두 곱한 값은?

① $-1-\sqrt{2}$ ② -1 ③ 1 ④ $1+\sqrt{2}$

0111 다음 중 $\sinh^2x-\cosh^2x$와 같은 것은?

① e^x ② $-e^{-x}$ ③ 1 ④ -1

0112 함수 $f(x)=\sinh 2x$일 때, $f(\ln 2)$의 값은?

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{15}{8}$ ④ $\frac{17}{8}$

0113 쌍곡선 함수에 관한 다음 성질 중 옳은 것을 모두 고르면?

㈎ $\sinh(-x)=\sinh x$
㈏ $\cosh(-x)=\cosh x$
㈐ $\sinh(x+y)=\sinh x\cosh y+\cosh x\sinh y$
㈑ $\cosh(x+y)=\cosh x\cosh y-\sinh x\sinh y$

① ㈎, ㈏, ㈐ ② ㈏, ㈐ ③ ㈎, ㈏ ④ ㈎, ㈑

0114 $\tanh x=\frac{1}{3}$일 때, $8\cosh 4x$ 의 값은?

① $\frac{8}{\sqrt{10}}$ ② $\frac{24}{\sqrt{10}}$ ③ 15 ④ 17

0115 방정식 $e^x\sinh x=2$의 해가 a일 때, $\operatorname{sech} 2a$의 값은?

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$

0116 $\tanh x=1$, $\tanh y=-1$일 때, $\tanh(x-y)$는?

① -2 ② 0 ③ 1 ④ e

0117 $\tanh x = \frac{1}{2}$, $\tanh y = \frac{1}{3}$을 만족할 때, $\tanh(x-y)$의 값은?

① $-\frac{1}{10}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{5}$

0118 곡선 $y=\sinh x$와 직선 $y=x$의 교점은 모두 몇 개인가?

① 무수히 많다. ② 1 ③ 2 ④ 3

0119 $x=2\cos t$일 때, 함수 $f(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$의 최댓값과 최솟값의 차이는 얼마인가?

① $\frac{1}{e^2+e^{-2}}$ ② $\sinh(1)$ ③ $\cosh(1)$ ④ $\tanh(1)$

0120 함수 $f(x)=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$의 역함수는?

① $\log(x \pm \sqrt{x^2+1})$ ② $\log(x+\sqrt{x^2+1})$

③ $\log(x-\sqrt{x^2+1})$ ④ $\log(x+\sqrt{x^2-1})$

0121 $\sinh^{-1}\frac{1}{\sqrt{3}}$은?

① $\ln\sqrt{2}$ ② $\ln 2$ ③ $\ln\sqrt{3}$ ④ $\ln 3$

0122 $\tanh^{-1}(\frac{1}{2})$와 같은 것은?

① $\frac{1}{2}\ln 3$ ② $\frac{1}{3}\ln 3$ ③ $\frac{1}{4}\ln 3$ ④ $\frac{1}{5}\ln 3$

0123 다음 중 극한값이 존재하는 것의 개수는?
(단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대정수이다.)

(가) $\lim_{x\to 0}\lvert x\rvert$	(나) $\lim_{x\to 0}\frac{\lvert x\rvert}{x}$	(다) $\lim_{x\to 0}[x]$

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

0124 다음 중 극한값이 존재하는 것의 개수는?

(가) $\lim_{x\to 0^+}\frac{1}{x}$	(나) $\lim_{x\to 0^-}\frac{1}{x}$	(다) $\lim_{x\to \infty}\frac{1}{x}$	(라) $\lim_{x\to -\infty}\frac{1}{x}$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

0125 $\lim_{x\to 1^+}\frac{2x}{x-1}$와 $\lim_{x\to 1^-}\frac{2x}{x-1}$의 값을 차례로 구하면 얼마인가?

① $-\infty,\ +\infty$ ② $+\infty,\ +\infty$ ③ $-\infty,\ -\infty$ ④ $+\infty,\ -\infty$

0126 다음 극한값 $\lim_{x \to 5^+} \frac{5-x}{2|x-5|}$ 을 구하면?

① -2 ② 2 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$

0127 $\lim_{x \to 0} x \cos(\frac{1}{x})$의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ −1 ④ ∞

0128 $\lim_{x \to 1} \frac{x^2-1}{x-1}$의 극한값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 발산

0129 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^2+x-2}{x-1}$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

0130 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x^2-5x+2}{x^2+3x-1}$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

0131 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{3+x}-\sqrt{3-x}}{x}$$

① 1　　② $\frac{1}{\sqrt{2}}$　　③ $\frac{1}{\sqrt{3}}$　　④ $\frac{1}{2}$

0132 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x\to 2}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{3x-2}}{\sqrt{5x-1}-\sqrt{4x+1}}$$

① -1　　② -2　　③ -3　　④ -4

0133 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x\to \infty}\frac{x+5}{\sqrt{x^2+1}+3}$$

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4

0134 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x\to -\infty}\frac{x+5}{\sqrt{x^2+1}+3}$$

① -1　　② -2　　③ -3　　④ -4

0135 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x+2}-\sqrt{x^2-x+2})$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

0136 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}(1+\frac{2}{x-2})$$

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{4}$

0137 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x\to 0}\frac{\cos 3x-\cos x}{\sin 2x}$$

① 0 ② 1 ③ -1 ④ ∞

0138 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\sin x)}{x}$$

① 0 ② 1 ③ -1 ④ ∞

0139 다음 극한값을 구하면?

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x^{\circ}}{x}$$

① 0　　② 1　　③ ∞　　④ $\frac{\pi}{180}$

0140 $\lim_{x\to 0}\frac{1}{4+3^{\frac{1}{x}}}$ 의 값은?

① $\frac{1}{7}$　　② $\frac{1}{4}$　　③ 0　　④ 존재안함

0141 두 실수 a, b가 $\lim_{x\to 0}\frac{ax}{\sin x+b}=2$를 만족시킬 때, $a+b$의 값은?

① 1　　② -1　　③ 2　　④ -2

0142 다음을 만족하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^2+ax-2}{x-1}=b$$

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4

0143 다음을 만족하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

$$\lim_{x\to 2}\frac{x-2}{x^2+ax+b}=\frac{1}{5}$$

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3

0144 $\lim_{x\to 0}\frac{e^{2x}+c}{\tan 2x}=d$를 만족하는 (c, d)는?

① $(1, 1)$ ② $(-1, 1)$ ③ $(1, -1)$ ④ $(-1, -1)$

0145 극한값 $\lim_{x\to 0}\frac{e^x-e^{-2x}}{\sin x}$ 을 구하면?

① -2 ② 0 ③ 3 ④ 4

0146 극한 $\lim_{x\to 0}\frac{4^x-e^{2x}}{\tan 2x}$ 의 값은?

① 1 ② $1-e$ ③ $\ln 2-1$ ④ $\ln 2-e$

0147 $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos ax}{x-\frac{\pi}{2}}=b$를 만족하는 실수 a $(2\le a\le 4)$, b에 대하여, $a+b$는?

① 0 ② 3 ③ 4 ④ 6

0148 극한 $\lim_{x \to 0} \cos\left(\frac{1-\cos x}{2x}\right)$ 의 값은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\cos 1$

0149 극한 $\lim_{x \to 0} \frac{\tan^{-1} x}{x}$ 의 값은?

① 1 ② -1 ③ 0 ④ $-\frac{1}{3}$

0150 극한 $\lim_{x \to 0} \frac{\sin^{-1} x}{\sin x}$ 의 값은 얼마인가?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2

0151 극한값 $\lim_{x \to (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\cos x}{(x-\frac{\pi}{2})^3}$ 의 값을 구하면?

① 1 ② ∞ ③ 0 ④ $-\infty$

0152 극한 $\lim_{x \to 0} \frac{x - \sin x}{x^3}$ 의 값은 얼마인가?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{6}$

0153 극한 $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x - \tan x}{x^3}$ 을 구하시오.

① 0　　② $-\frac{1}{2}$　　③ -1　　④ 1

0154 $\lim_{x \to 0} \frac{\cos x - 1}{x^2}$ 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$　　② $-\frac{1}{4}$　　③ $\frac{1}{2}$　　④ $\frac{1}{4}$

0155 다음 극한값 $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - x}{x^3}$ 은 얼마인가?

① $-\frac{1}{3}$　　② $\frac{1}{3}$　　③ $-\frac{1}{6}$　　④ $\frac{1}{6}$

0156 $\lim_{x \to \infty} \frac{x^{100}}{2^x}$ 의 값은?

① 0　　② 2　　③ ∞　　④ $\ln 2$

0157 극한 $\lim_{x \to 0} \left(\frac{1}{\ln(x+1)} - \frac{1}{x} \right)$ 의 값은?

① -1　　② 0　　③ $\frac{1}{2}$　　④ 1

0158 다음 중 극한값이 서로 같은 것끼리 묶인 것은?

가. $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt{x^2-1}-x\right)$	나. $\lim_{x\to\infty}\frac{e^x}{x^2}$
다. $\lim_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}$	라. $\lim_{x\to 0}\frac{2^x-1}{x}$

① 가, 나 ② 가, 다 ③ 나, 다 ④ 다, 라

0159 $\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(\sin x)}{\ln(\tan x)}$를 구하면?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ 2

0160 $\lim_{x\to 0+} x^x$의 값은?

① 0 ② 1 ③ $\ln 2$ ④ 2

0161 극한 $\lim_{x\to 0^+} x^{2x}$을 구하면?

① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{e}$ ④ $\frac{1}{e^2}$

0162 극한 $\lim_{x\to 0+} x^{\sin x}$을 구하시오.

① 0 ② 1 ③ e ④ ∞

0163 극한값 $\lim_{x\to\infty}(\ln x)^{\frac{1}{x}}$ 를 구하면?

① 0 ② 1 ③ e ④ 존재안함

0164 $\lim_{n\to\infty} n^{\frac{1}{n}}$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

0165 극한 $\lim_{x\to 0^+}(\sin^{-1}x)^{\frac{1}{\ln x}}$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ e

0166 다음 극한값이 다른 하나를 고르시오.

① $\lim_{x\to\infty} x^{\frac{1}{x}}$ ② $\lim_{x\to\infty} x^{\frac{1}{\ln x}}$

③ $\lim_{x\to\infty} x^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$ ④ $\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+1}-\sqrt{x})^{\frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}}$

0167 다음 중 극한이 나머지 셋과 다른 하나는?

① $\lim_{x\to 0}\frac{\sinh x}{x}$ ② $\lim_{x\to 0}\frac{\sinh^{-1}x}{x}$ ③ $\lim_{x\to 0^+} x^x$ ④ $\lim_{x\to 0}\frac{\cosh x}{x}$

0168 $\lim_{x \to (\frac{\pi}{2})^-} (\tan x)^{\cos x}$의 값은?

① 1 ② e ③ e^2 ④ ∞

0169 $\lim_{x \to 0^+} (1+\sin 4x)^{\cot x}$의 값은 얼마인가?

① e^2 ② $2e^2$ ③ e^4 ④ $4e^4$

0170 극한 $\lim_{x \to 0} (e^x + x)^{\frac{1}{\sin^{-1} x}}$의 값은?

① e ② e^{-1} ③ e^2 ④ e^{-2}

0171 $\lim_{x \to 0} (e^x + x)^{\frac{1}{\tan^{-1} x}}$의 값을 구하시오.

① 1 ② e ③ e^2 ④ ∞

0172 극한 $\lim_{x \to 0} (e^x + \sin 2x)^{\frac{1}{x}}$의 값은?

① 1 ② e ③ e^2 ④ e^3

0173 극한 $\lim_{x \to \infty}(e^x + x)^{\frac{1}{x}}$ 의 값은?

① $\frac{1}{e}$　② e　③ e^2　④ ∞

0174 $0 < a < b$ 인 상수 a, b 에 대하여 $\lim_{n \to \infty}(a^n + b^n)^{\frac{1}{n}}$ 의 값은?

① a　② b　③ $a+b$　④ 발산한다

0175 $\lim_{x \to \pi}\frac{(1+x)^{\sin x} - 1}{x - \pi}$ 를 구하면?

① 0　② 1　③ $-\ln(1+\pi)$　④ $\frac{1}{1+\pi}$

0176 다음 중 극한 $\lim_{n \to \infty}\left(1 - \frac{1}{n}\right)^n$ 에 가장 가까운 값은?

① 0.30　② 0.35　③ 2.7　④ 2.8

0177 다음 극한값 $\lim_{n \to \infty}\left(1 - \frac{1}{2n}\right)^n$ 을 구하면?

① 0　② $\frac{1}{\sqrt{e}}$　③ $\frac{1}{e}$　④ 1

0178 $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{a}{n}\right)^{2n}$ 의 값은?

① $e^{\sqrt{2}}$ ② e^{2a} ③ e^{a^2} ④ e^2

0179 $f(x)>0$이며 $\lim_{x\to\infty}f(x)=0$일 때, $\lim_{x\to\infty}[1+2f(x)]^{\frac{1}{3f(x)}}$ 의 값은?

① 1 ② $e^{\frac{1}{9}}$ ③ $e^{\frac{2}{3}}$ ④ $e^{\frac{3}{2}}$

0180 다음 중 극한값이 존재하는 수열을 모두 고르면?

㈎ $\lim_{n\to\infty}\sqrt{n}\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n+2}\right)$	㈏ $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n}+1\right)^{2n}$	㈐ $\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\ln(n^2)}$

① ㈏ ② ㈎, ㈏ ③ ㈎, ㈐ ④ ㈎, ㈏, ㈐

0181 $\lim_{x\to0+}\frac{\sqrt{1-\cos x}}{x}$ 의 값은?

① $\frac{1}{\sqrt{2}}$ ② 1 ③ $\sqrt{2}$ ④ $\frac{1}{2}$

0182 다음 함수 $\lim_{x \to 0}(\sin 3x \cot 2x)$ 의 극한에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 극한값이 존재하지 않는다.
② 극한값은 0이다.
③ 극한값은 $\frac{3}{2}$이다.
④ 극한값이 존재하지만 그 값을 알 수 없다.

0183 극한값 $\lim_{x \to 0} \frac{(1-e^x)\sqrt{5-e^x}}{(1+x)\ln(1-x)}$은 얼마인가?

① -2 ② 1 ③ 2 ④ $\sqrt{5}$

0184 극한값 $\lim_{x \to 0} \frac{e^x + e^{-x} - x^2 - 2}{\sin^2 x - x^2}$은 얼마인가?

① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$

0185 $\lim_{x \to \frac{1}{2}} \frac{1-\sin \pi x}{\left(x-\frac{1}{2}\right)^2}$의 극한값은?

① π^2 ② $\frac{\pi^2}{2}$ ③ $\frac{1}{\pi}$ ④ $\frac{1}{\pi^2}$

0186 $\lim_{x \to 0^+} \dfrac{e^{-\frac{1}{x}}}{x}$ 를 구하면?

① 0 ② 1 ③ ∞ ④ $-\infty$

0187 극한 $\lim_{x \to \infty} \left(x e^{\frac{1}{x}} - x \right)$ 의 값을 구하면?

① 발산한다. ② 0 ③ 1 ④ e

0188 다음의 극한값을 t의 함수로 나타내면?

$$\lim_{n \to \infty} n \left(e^{\frac{t}{\sqrt{n}}} - \frac{t}{\sqrt{n}} - 1 \right)$$

① $\dfrac{t}{2}$ ② $\dfrac{t^2}{2}$ ③ $\dfrac{t}{3}$ ④ $\dfrac{t^2}{3}$

0189 x에 관한 다항식 $f(x)$가 두 조건 $\lim_{x \to \infty} \dfrac{f(x)}{x^2 - 2x - 3} = 2$, $\lim_{x \to 3} \dfrac{f(x)}{x^2 - 2x - 3} = 2$ 를 만족시킬 때, $f(0)$의 값을 구하면?

① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3

0190 $x \neq 1$인 양의 실수 x에 대하여 $f(x) = \dfrac{\ln x}{x-1}$로 정의한다. 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 연속이려면 $f(1)$의 값은?

① -1　　② 0　　③ 1　　④ e

0191 $x=1$에서 연속이 아닌 함수를 고르시오.

① $f(x)= \begin{cases} 2x & (x<1) \\ -x+3 & (x \geq 1) \end{cases}$　　② $f(x)= \dfrac{2}{x+1}$

③ $f(x)= |x-1|$　　④ $f(x)= \dfrac{x^2-1}{x-1}$

0192 다음 중 $x=2$에서 연속인 함수는?
(단, $[x]$은 x보다 크지 않은 최대 정수)

① $f(x) = \dfrac{x^2-x-2}{x-2}$　　② $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-x-2}{x-2} & , x \neq 2 \\ 1 & , x=2 \end{cases}$

③ $f(x) = [x]$　　④ $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2-x-2}{x-2} & , x \neq 2 \\ 3 & , x=2 \end{cases}$

0193 함수 $f(x)= \begin{cases} -2x+3 & , x>c \\ 3x+2 & , x \leq c \end{cases}$ 가 연속함수가 될 c 의 값은?

① 1　　② $\dfrac{1}{3}$　　③ $\dfrac{1}{5}$　　④ $\dfrac{1}{7}$

0194 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+1 \ (x \geq 1) \\ mx+b \ (x<1) \end{cases}$가 모든 점 x에서 미분가능할 때, 상수 m, b의 값은?

① $m=2, b=1$　　② $m=1, b=2$
③ $m=2, b=0$　　④ $m=0, b=2$

0195 다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$가 모든 실수에서 연속이 되도록 함숫값 $f(0)$을 정의하면?

$$f(x)=x\sin\frac{1}{x}+2x+3,\ \ x \neq 0$$

① 0　② 1　③ 2　④ 3

0196 $x=0$에서 함수 $f(x)=\begin{cases} (\sin x)\ln|x| & (x \neq 0) \\ a & (x=0) \end{cases}$가 연속이 되게 하는 a의 값은?

① 0　② 1　③ -1　④ 없다.

0197 다음 함수 f가 $x=1$에서 연속이고 a, b가 상수일 때, b의 값은?

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2 & (x \leq 1) \\ \dfrac{x^2+ax+b}{x-1} & (x>1) \end{cases}$$

① 1　② -2　③ 3　④ -4

0198 $f(x)=|x|$에 대하여 $x=0$에 관한 설명 중 옳은 것은?

① 연속이며 미분가능하다. ② 연속이며 미분가능하지 않다.
③ 불연속이며 미분가능하다. ④ 불연속이며 미분가능하지 않다.

0199 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x<1) \\ ax+b & (x \geq 1) \end{cases}$가 $x=1$에서 미분가능할 때, 상수 ab의 값은?

① 0 ② -1 ③ -2 ④ -3

0200 $f(x)=x\sin\dfrac{1}{x}$는 $x \neq 0$인 모든 실수에서 정의된 함수이다. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

㈎ $f(0)=0$으로 정의하면 $f(x)$는 연속함수이다.
㈏ $f(0)=0$으로 정의하면 $f(x)$는 미분가능하다.
㈐ $\lim\limits_{x\to 0} x\sin\dfrac{1}{x}$이 존재하지 않는다.

① ㈎ ② ㈏ ③ ㈐ ④ ㈎, ㈏

0201 다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$의 $x=0$ 에서의 연속성과 미분가능성에 대한 설명 중 옳은 것은?

$$f(x)=\begin{cases} x^2\sin\dfrac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x=0) \end{cases}$$

① 연속이고 미분불가능 ② 연속이고 미분가능
③ 불연속이고 미분불가능 ④ 불연속이고 미분가능

0202 다음 함수 f 에 대하여 $x=0$ 인 점에서의 연속성과 미분가능성에 대하여 옳게 기술한 것을 고르면?

$$f(x)=\begin{cases} x^{\frac{5}{3}}\sin\dfrac{1}{x} & (x\neq 0\text{일 때}) \\ 0 & (x=0\text{일 때}) \end{cases}$$

① 연속이고 미분가능하다.
② 연속이지만 미분가능하지 않다.
③ 연속은 아니지만 미분가능하다.
④ 연속도 아니고 미분가능하지도 않다.

0203 실수 위에서 정의된 함수 f 는 $x\neq 0$ 이면 $f(x)=\left(x^2+x\right)\sin\dfrac{1}{x}$ 이고, $f(0)=0$ 이다. f 에 관한 다음 명제 중 맞는 것을 모두 고른 것은?

㈎ $f(x)$는 $x=0$ 에서 연속이다.
㈏ $f(x)$는 $x=0$ 에서 미분가능하다.

① ㈎ ② ㈏ ③ ㈎, ㈏ ④ 없다.

0204 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\sin x}{x} & (x\neq 0) \\ 1 & (x=0) \end{cases}$ 일 때, $f'(0)$의 값은?

① 0 ② $\dfrac{1}{2}$ ③ 1 ④ 존재안함

0205 실함수 f가 임의의 실수 x에 대하여 $|f(x)| \le x^2$ 이라고 하자. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① $f(0)=0$이다.

② f는 $x=0$에서 연속이다.

③ f는 $x=0$에서 미분 가능하다.

④ f는 $x=0$에서 연속이지만 미분 가능여부는 알 수 없다.

0206 모든 실수 x에 대하여 $f(x)$를 다음과 같이 정의할 때, 옳게 설명한 것은? (단, Q는 유리수 집합이다.)

$$f(x)=\begin{cases} 0 & (x \in Q) \\ x^2 & (x \notin Q) \end{cases}$$

① $f(x)$는 모든 점에서 불연속이다.

② $x=0$을 제외하고 $f(x)$는 연속이다.

③ $x=0$에서 $f(x)$는 미분가능하다.

④ $\lim_{x \to 0} f(x)$가 존재하지 않는다.

0207 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2 & (x \in Q) \\ 0 & (x \in I) \end{cases}$에 대하여 다음 명제 중 참인 것은?

(가) f는 $x=0$에서 연속이고 미분불가능하다. (나) f는 $x=0$에서 미분가능하다. (다) f는 $x=0$에서 불연속이다.

① (가)　　② (나)　　③ (다)　　④ 없음

0208 모든 실수 x에 대해 함수 $f(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & ,x=\dfrac{1}{n} : n\text{은 자연수} \\ -x^2 & ,\text{그 외의 경우} \end{cases}$$

다음 중 옳은 것은?

ⓐ $f(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.

ⓑ $f(x)$는 $x=0$에서 연속이지만 미분가능하지 않다.

ⓒ $\lim_{x\to 0} f(x)$ 가 존재하지만 $f(x)$는 $x=0$에서 불연속이다.

ⓓ $\lim_{x\to 0} f(x)$ 가 존재하지 않는다.

0209 다음 함수 중 $x=0$ 에서 미분 불가능인 것은?

① $f(x)=|x|\sin x$　　② $f(x)=|x|\cos x$

③ $f(x)=x|x|$　　④ $f(x)=|x|^3$

0210 다음 중에서 $x=0$에서 미분 가능한 함수는?

① $f(x)=x^{\frac{2}{3}}$　　② $f(x)=\dfrac{|x|}{x}$

③ $f(x)=x^{\frac{1}{3}}$　　④ $f(x)=|x|^{\frac{3}{2}}$

0211 함수 f가 $|f(x)|\le |x|^a$ 일 때, $f'(0)=0$을 만족하는 a의 조건은?

① $a=0$　② $0<a<1$　③ $a=1$　④ $a>1$

0212 함수 $f(x)=|x|x$에 대하여 $f'(2)$는?

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4

0213 다음 중 틀린 것은?

① $\dfrac{\sin x}{x}$는 $x=0$에서 연속으로 정의할 수 있다.

② $f(x) = |x|^{\frac{3}{2}}\sin\dfrac{1}{x}$ $(x \neq 0)$, $f(0) = 0$인 $f'(x)$는 $x = 0$에서 연속이다.

③ $f(x) = x^2|x|$는 $f''(x)$가 모든 x 에서 연속이다.

④ $f(x) = x^3-2x+3$은 구간 $(1,\ 3)$에서 접선의 기울기가 5인 점이 있다.

0214 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 미분 가능한 함수 $y = f(x)$의 도함수가 모든 x에서 1보다 크면 $f(x)$는 증가함수이다.

② 미분 가능한 함수 $y = f(x)$가 점 $x = a$에서 $f'(a) = 0$이면 $f(x)$는 그 점에서 극값을 반드시 갖는다.

③ $y = f(x)$가 미분 가능하면 반드시 연속함수이다.

④ 미분가능함수 $y = f(x)$가 $x = a$에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$이다.

0215 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$의 그래프에서 서로 다른 두 점 $P = (x_1,\ f(x_1)), Q = (x_2,\ f(x_2))$을 임의로 선택하였다. 단, 점 x_1, x_2는 조건 $2 \le x_1 \le 3$, $2 \le x_2 \le 3$을 만족한다. 다음 중에서 직선 PQ의 기울기가 될 수 없는 것은?

① 5.5 ② 6 ③ 13.5 ④ 15.5

0216 구간 $(1,\ 4)$에서 미분 가능한 함수 f가 $f(1)=2$이고 모든 x에 대하여 $2 \le f'(x) \le 3$ 의 조건을 만족한다고 할 때, $f(4)$가 취할 수 있는 값의 범위는?

① $2 \le f(4) \le 3$　　② $6 \le f(4) \le 8$
③ $8 \le f(4) \le 11$　　④ $9 \le f(4) \le 12$

0217 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

(가) $f(1)=5$이고 구간 $[1,\ 4]$에서 $f'(x) \ge 3$이면, $f(4) \ge 13$이다.
(나) 함수 f가 기함수(odd function) 이고 실수 전체에서 미분가능하면, $f'(c)=f(1)$을 만족하는 어떤 수 c가 $(-1,\ 1)$ 사이에 존재한다.
(다) 함수 f가 $[1,\ 5]$에서 연속이고 방정식 $f(x)=6$을 만족하는 해가 $x=1,\ 4$뿐이라고 한다. $f(2)=8$이면 $f(3)>6$이다.

① (가), (나)　　② (가), (다)　　③ (나), (다)　　④ (가), (나), (다)

0218 구간 $(0,\ 1)$ 에서 함수 f 는 다음과 같이 정의된다.

$$f(x)=\begin{cases} x & ,\ x\text{는 유리수} \\ 1-x & ,\ x\text{는 무리수} \end{cases}$$

함수 g 가 $g(x)=f(x)f(1-x)$ 으로 정의될 때, 다음 설명 중 옳은 것은?

① f 는 어떤 점에서도 연속이 아니다.
② f 는 $\dfrac{1}{2}$에서만 연속이다.
③ g 는 연속함수가 아니다.
④ g 는 최솟값을 갖는다.

0219 실수에서 정의된 함수 $f(x)=x-[x]$에 대하여 바르게 설명한 것은? (단, $[x]$는 최대정수 함수이고, k는 정수)

① 유한개의 연속점을 갖는다. ② $\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$

③ $\lim_{x\to k^+} f(x)=k$ ④ $\lim_{x\to k^-} f(x)=1$

0220 실수에서 정의된 함수 $f(x)=\left[\frac{x}{2}\right]-\frac{[x]}{2}$에 대하여 바르게 설명한 것은? (단, $[x]$는 최대정수 함수이고, n는 정수)

① $\lim_{x\to\infty} f(x)=0$ ② x가 짝수일 때, $f(x)$는 연속이다.

③ $\lim_{x\to(2n+1)^-} f(x)=\frac{1}{2}$ ④ $\lim_{x\to 2n^+} f(x)=0$

0221 실수 x 에 대해 $f(x)=\left[x^2\right]-x^2$ 으로 정의 한다. 다음 설명 중 틀린 것은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수)

① $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{\sqrt{x}}=0$ ② $f(x)$는 개구간 $(1,\ 2)$에서 연속이다.

③ $\lim_{x\to 1^-} f(x) = -1$ ④ $\lim_{x\to\infty} f(x)$ 는 존재하지 않는다.

0222 함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n-1}+ax+b}{x^{2n}+1}$가 모든 실수 x에 대하여 연속이 되도록 하는 상수 a, b에 대하여 $2a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

0223 다음 중 함수 $f(x) = x^5 - 3x^2 + 5$가 근을 갖는 구간은?

① $[-2, -1]$ ② $[-1, 0]$ ③ $[0, 1]$ ④ $[1, 2]$

0224 방정식 $2x^7 + 7x^3 + 4x - 15 = 0$의 실근이 속하는 구간은?

① $[-2, -1]$ ② $[-1, 0]$ ③ $[0, 1]$ ④ $[1, 2]$

0225 다음 중 방정식 $10x^4 - 5x + 1 = 0$이 적어도 한 개의 근을 가지는 구간은?

① $[0, 1]$ ② $[1, 2]$ ③ $[2, 3]$ ④ $[3, 4]$

0226 방정식 $x^5 + 2x - 5 = 0$ 양의 실근의 개수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 5

0227 방정식 $x^4 + 4x^3 - 8x^2 + n = 0$이 서로 다른 네 실근을 갖게 하는 정수 n은 몇 개인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

0228 다음 중 구간 $(0, 1)$에서 근을 갖는 함수는?

① $f(x) = \sin \pi x$ ② $g(x) = x^3 - 3x + 1$

③ $h(x) = \sinh x$ ④ $k(x) = \sqrt{x} - x - 1$

0229 함수 f가 실수 전체의 집합에서 정의되고

$f(x+y)=5f(x)f(y), f(0)=\dfrac{1}{5}, f'(0)=1$일 때, $f'(x)$를 구하면?

① $2f(x)$ ② $3f(x)$ ③ $4f(x)$ ④ $5f(x)$

0230 함수 $f(x)$가 미분가능 할 때, 극한 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x-h)}{4h}$의 값은?

① $f'(x)$ ② $\dfrac{f'(x)}{2}$ ③ $2f'(x)$ ④ 0

0231 다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$에 대하여 $x=3$에서 $f(x)$의 미분계수를 구하면?

$$f(x) = 2x^2-3+\left(\frac{x}{x-1}\right)^3,\ x\neq 1$$

① $-\dfrac{165}{16}$ ② $-\dfrac{27}{4}$ ③ $\dfrac{165}{16}$ ④ $\dfrac{27}{4}$

0232 x의 함수 $y = \sqrt{x^2+6x+3}$의 $x=1$에서의 기울기는 얼마인가?

① $\dfrac{\sqrt{10}}{20}$ ② $\sqrt{8}$ ③ $\dfrac{\sqrt{2}}{8}$ ④ $\dfrac{4}{\sqrt{10}}$

0233 다음과 같이 정의된 함수 $f(x)$의 그래프 위의 점 $\left(2,\ \frac{5}{2}\right)$에서 접선의 방정식을 구하면 ?

$$f(x) = x + \frac{1}{x},\ x \neq 0$$

① $y = \frac{3}{4}x + 1$ ② $y = \frac{5}{4}x + 1$ ③ $y = -\frac{3}{4}x + 4$ ④ $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$

0234 곡선 $y = \frac{\sqrt{x}}{1+x^2}$ 위의 점 $\left(1,\ \frac{1}{2}\right)$에서의 접선의 방정식은 ?

① $y = -\frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$ ② $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$

③ $y = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ ④ $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$

0235 $y = \frac{(x+1)^2}{x^2+2x+2}$일 때, y'은?

① $y' = \frac{2(x+1)}{x^2+2x+2}$ ② $y' = -\frac{2(x+1)}{x^2+2x+2}$

③ $y' = \frac{2(x+1)}{(x^2+2x+2)^2}$ ④ $y' = -\frac{2(x+1)}{(x^2+2x+2)^2}$

0236 직선 $y = ax$ (a는 상수)와 곡선 $y = \sqrt{x^3+1}$이 접할 때, a^6의 값은?

① 27 ② $\frac{27}{16}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{27}{4}$

0237 f가 실수 전체의 집합 R에서 R로의 함수로써 두 번 미분가능하다고 하자. $\int_0^x g(x)dx = -\frac{1}{3}x^3 + 2x$, $f'(x) = g(x)$일 때, $\frac{d^2}{dx^2}f(x^5)$의 $x=1$에서의 값은?

① -30 ② 20 ③ -20 ④ 30

0238 두 번 미분가능한 함수 $f(x)$가 $x>0$에 대하여 $\frac{d^2}{dx^2}f(x) = \frac{1}{2}x^2 f(x), f(1) = f'(1) = 4$를 만족한다. $x=1$일 때, $\frac{d^2}{dx^2}f(x^2)$의 값을 구하면?

① 12 ② 10 ③ 6 ④ 16

0239 미분 가능한 함수 f에 대하여 $\frac{d}{dx}\{f(2x^2)\} = x^3$이 성립할 때, $f'(1)$을 구하면?

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1

0240 함수 f가 $\frac{d}{dx}[f(e^{2x})] = x^2$을 만족할 때, $f'(x)$은?

① $\frac{\ln x}{2x}$ ② $\frac{(\ln x)^2}{2x}$ ③ $\frac{(\ln x)^2}{4x}$ ④ $\frac{(\ln x)^2}{8x}$

0241 $\dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{1-\sec x}{\tan x}\right)_{x=\frac{\pi}{4}}$ 의 값은?

① $-2+\sqrt{2}$ ② $-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $2+\sqrt{2}$

0242 다음 중 옳지 않은 것은?

① f 가 미분 가능한 함수일 때, $\dfrac{d}{dx}\sqrt{f(x)} = \dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$ 이다.

② f 가 미분 가능한 함수일 때, $\dfrac{d}{dx}f(\sqrt{x}) = \dfrac{f'(x)}{2\sqrt{x}}$ 이다.

③ f 와 g 가 미분 가능한 함수일 때, $\dfrac{d}{dx}[f(g(x))] = f'(g(x))g'(x)$ 이다.

④ $\dfrac{d}{dx}(\tan^2 x) = \dfrac{d}{dx}(\sec^2 x)$ 이다.

0243 $f(x)=\sec^2 x-\tan^2 x$ 일 때, $f'(x)$ 를 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0

0244 $f(x)$ 를 n 번 미분한 것을 $f^{(n)}(x)$ 로 표시하자. $f(x)=\cos x$ 일 때, $f^{(27)}(\pi)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ $\dfrac{1}{2}$ ④ 1

0245 함수 $f(x)$가 미분가능한 함수이고
$f(1)=1, f(2)=2, f'(1)=1, f'(2)=2, f'(3)=3$을 만족한다.
함수 $g(x)=f(x^3+f(x^2))$일 때, $g'(1)$의 값은?
① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12

0246 함수 $f(x)$가 미분가능한 함수이고
$f(1)=1,\ f(2)=2,\ f'(1)=1,\ f'(2)=2,\ f'(3)=3$을 만족한다.
$g(x)=f(x^3+f(x^2+f(x)))$라 할 때, $g'(1)$의 값을 구하면?
① 27 ② 18 ③ 9 ④ 3

0247 함수 $y=\sin(\cos x)$의 도함수는?
① $\cos(\cos x)$ ② $\cos^2 x$
③ $-\sin x\cos(\cos x)$ ④ $-\sin x\cos^2 x$

0248 $f(x)=\sin(\cos(\tan x))$일 때, $f'(x)$를 구하면?
① $\cos(\cos(\tan x))\sec^2 x$
② $-\cos(\sin(\tan x))\sec^2 x$
③ $-\cos(\cos(\tan x))\sin(\tan x)\sec^2 x$
④ $\cos(\cos(\tan x))\sin(\tan x)\sec^2 x$

0249 $f(x)=\sqrt{\ln x}$ 일 때, $f'(2)$의 값은? (단, f'은 f의 도함수)

① $\dfrac{1}{\sqrt{\ln 2}}$ ② $\dfrac{1}{2\sqrt{\ln 2}}$ ③ $\dfrac{1}{3\sqrt{\ln 2}}$ ④ $\dfrac{1}{4\sqrt{\ln 2}}$

0250 $y=\sqrt{1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}}$ 일 때, $y'(1)$의 값을 구하면?

① $-\dfrac{1}{8}$ ② $-\dfrac{\sqrt{2}}{8}$ ③ $-\dfrac{\sqrt{3}}{8}$ ④ $-\dfrac{1}{4}$

0251 함수 $f(x)=x^2-4x+2$가 구간 $[0,4]$에서 정의되어 있을 때, $f(4)=f(0)+4f'(c)$가 되는 c의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

0252 함수 $f(x)=\ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{x}}\right)$의 도함수를 구하면?

① $\sqrt{x}$ ② $-\dfrac{1}{2x}$ ③ $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ ④ $\dfrac{1}{2x}$

0253 함수 $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+4}\right)$ 의 도함수는?

① $x+\sqrt{x^2+4}$ ② $\dfrac{1}{x+\sqrt{x^2+4}}$

③ $\dfrac{x}{x+\sqrt{x^2+4}}$ ④ $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+4}}$

0254 함수 $f(x)=\ln(\sec x+\tan x)$에 대하여 $f'(x)$을 구하면?

① $\sec x$ ② $\sec x+\tan x$

③ $\dfrac{1}{\sec x+\tan x}$ ④ $-\dfrac{\sec x}{\sec x+\tan x}$

0255 다음 함수의 도함수를 구하면?

$$y=\ln(\csc x-\cot x)$$

① $\sin x$ ② $\cos x$ ③ $\sec x$ ④ $\csc x$

0256 도함수에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

(가) $f(x)=\sin x$의 도함수는 $f'(x)=\cos x$이다.

(나) $g(x)=\cos(x^2-1)$의 도함수는 $g'(x)=2x\cos(x^2-1)$ 이다.

(다) $h(x)=3x^3-x^2+1$의 도함수는 $h'(x)=6x^3-2x$이다.

(라) $k(x)=5e^{2x}+\ln x$의 도함수는 $k'(x)=10e^x+\dfrac{1}{x}$이다.

① (가) ② (가), (나) ③ (나), (다) ④ (가), (다), (라)

0257 함수 $f(x)=e^{2x}$ 에 대하여 $f'(0)$을 구하면?

① 1 ② 2 ③ e ④ $2e$

0258 함수 $f(x) = 3xe^{2x}$에 대하여 $f'(x)$을 구하면?

① $3xe^{2x}$ ② $6xe^{2x}$ ③ $3e^{2x}+3xe^{2x}$ ④ $3e^{2x}+6xe^{2x}$

0259 $f(x)=e^{x^3+\ln x}$일 때, $f'(1)$의 값을 구하면?

① e ② $2e$ ③ $3e$ ④ $4e$

0260 $f(x) = 3^{\ln x^2}$일 때, $\dfrac{d}{dx}f(x)$의 값은?

① $3^{\ln x^2}\dfrac{\ln 3}{x^2}$ ② $3^{\ln x^2}\dfrac{\ln 2}{x^2}$ ③ $3^{\ln x^2}\dfrac{2\ln 3}{x}$ ④ $3^{\ln x^2}\dfrac{2}{x}$

0261 함수 $f(x) = (x^2+1)^x$에서 $f'(2)$의 값은?

① $25\ln 5+40$ ② $25\ln 5+20$ ③ $\ln 5+\dfrac{4}{5}$ ④ 40

0262 $x>0$일 때, 함수 $f(x) = x^{\ln x}$의 도함수는?

① $\dfrac{2}{x}x^{\ln x}$ ② $\dfrac{3}{x}x^{\ln x}$ ③ $\dfrac{2\ln x}{x}x^{\ln x}$ ④ $\dfrac{2(\ln x)^2}{x}$

0263 함수 $y=x^{\log x}$의 $\dfrac{dy}{dx}$을 구하면 ?

① $x^{\log x-1}$ ② $x^{\log x}\log x$ ③ $2x^{\log x-1}\log x$

④ $2x^{\log x-1}$ ⑤ $x^{\log x}\log\log x$

0264 함수 $f(x)=x^{\ln x}$에 대하여 $f''(e)$을 구하면?

① $\dfrac{4}{e}$ ② $\dfrac{2}{e}$ ③ $\dfrac{4}{e^2}$ ④ $\dfrac{2}{e^2}$

0265 함수 $f(x)=(\ln x)^{3x}$일 때, $\dfrac{1}{3}f'(e)$의 값은?

① 1 ② $\dfrac{3}{e}$ ③ $\dfrac{5}{e}$ ④ $\dfrac{7}{e}$

0266 $y=(\ln x)^{\ln x}$의 도함수를 구하면?

① $(\ln x)^{\ln x}(\ln(\ln x)+1)$ ② $(\ln x)^{\ln x}(\ln(\ln x)+x)$

③ $(\ln x)^{\ln x}\dfrac{1}{x}(\ln(\ln x)+1)$ ④ $(\ln x)^{\ln x}\dfrac{1}{x}(\ln(\ln x)+x)$

0267 함수 $f(x)=x^{\sqrt{x}}$일 때, $f'(4)$의 값은?

① $8\ln 2+8$ ② $4\ln 2+8$ ③ $2\ln 2+8$ ④ $4\ln 2+4$

0268 함수 $y=x^{x^2}\ (x>0)$의 도함수는?

① x^{x^2}　　② $x^{x^2}(2x\ln x+1)$

③ $x^{x^2}(2x\ln x+x)$　　④ $x^{x^2}(2x\ln x+x+1)$

0269 함수 $f(x)=\dfrac{(x^2+1)^3(2x-5)^2}{(x^2+5)^2}$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하면?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3

0270 함수 $F(x)=\dfrac{(x-1)(3x-1)^5}{(x-2)(x+1)^2(5x+1)^3}$에 대하여 $\lim_{h\to 0}\dfrac{F(3+3h)-F(3+h)}{h}$ 의 값을 구하면?

① $-\dfrac{1}{8}$　　② $-\dfrac{1}{4}$　　③ $-\dfrac{1}{2}$　　④ -1

0271 $\dfrac{d}{dx}\tan^{-1}x$의 값은?

① $\dfrac{1}{1+\cos^2 x}$　　② $\dfrac{x}{1+\cos^2 x}$　　③ $\dfrac{1}{1+x^2}$　　④ $\dfrac{x}{1+x^2}$

0272 함수 $f(x)=\tan^{-1}2x$의 도함수는?

① $\dfrac{2}{1+4x^2}$　　② $\dfrac{1}{1+4x^2}$　　③ $\dfrac{2}{4+x^2}$　　④ $\dfrac{1}{4+x^2}$

0273 $x=-1$에서 함수 $f(x)=\frac{1}{x}\tan^{-1}\frac{1}{x}$의 미분계수 $\frac{d}{dx}f(-1)$은?

(단, $-\frac{\pi}{2}<\tan^{-1}x<\frac{\pi}{2}$)

① $-\frac{\pi}{4}-1$　　② $-\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$　　③ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$　　④ $\frac{\pi}{4}+1$

0274 함수 $f(x)=(x+a)\tan^{-1}x^2$이 $f'(1)=f(1)$을 만족할 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{4}{\pi-4}$　　② $\frac{\pi}{4-\pi}$　　③ $\frac{2}{2-\pi}$　　④ $\frac{\pi}{\pi-2}$

0275 정의역을 $\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right)$로 제한한 탄젠트 함수의 역함수 $\tan^{-1}x$에 대한 다음 보기의 설명 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

(가) $\tan^{-1}(-x)=-\tan^{-1}(x)$　　(나) $\lim_{x\to\infty}\tan^{-1}(\frac{x}{2})=\frac{\pi}{4}$

(다) $\frac{d}{dx}\tan^{-1}(2x)=\frac{2}{1+4x^2}$

① (가)　　② (가), (다)　　③ (나), (다)　　④ (가), (나), (다)

0276 함수 $y=\tan^{-1}x$의 2차 도함수는?

① $\sec^2 y\tan^{-1}x$　　② $\cos^2 y\sin^2 y$

③ $-\cos^2 y\cos 2y$　　④ $-\cos^2 y\sin 2y$

0277 $-1<x<1$에 대해 $y=\arcsin x$ (즉, $y=\sin x$의 역함수)일 때 $\dfrac{dy}{dx}$을 구하면?

① $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　② $\dfrac{1}{\sqrt{1-2x^2}}$　③ $\dfrac{x}{1-x^2}$　④ $\dfrac{1}{\sqrt{1+x^4}}$

0278 함수 $f(x)=\sin^{-1}x$에 대하여 $f'(\frac{1}{\sqrt{2}})$의 값을 구하시오.

(단, $\sin^{-1}x$는 함수 $\sin x$의 역함수이다.)

① $\sqrt{2}$　② 1　③ $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$　④ $\dfrac{\pi}{4}$

0279 $y=\sin^{-1}(x-1)$ $(0<x<2)$의 도함수 y'를 구하면?

① $-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$　② $\dfrac{1}{\sqrt{x}}$　③ $-\dfrac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$　④ $\dfrac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$

0280 $f(x)=\dfrac{1}{\sin x}$ $\left(0<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$일 때, $\dfrac{d}{dx}f^{-1}(x)$의 값은?

(단, $f^{-1}(x)$ 은 $f(x)$의 역함수)

① $-x\sqrt{x^2-1}$　② $\sqrt{x^2-1}$　③ $-\dfrac{1}{x\sqrt{x^2-1}}$　④ $-\dfrac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$

0281 $f(x) = \dfrac{1}{\sin^{-1}x}\,(0 < x \le 1)$일 때, $\dfrac{d}{dx}f^{-1}(x)$을 구하면?
(단, $f^{-1}(x)$ 은 $f(x)$의 역함수)

① $-\dfrac{\cos x}{x}$　② $-\dfrac{\cos\dfrac{1}{x}}{x^2}$　③ $-\dfrac{\sin x}{x}$　④ $-\dfrac{\sin\dfrac{1}{x}}{x^2}$

0282 함수 $f(x) = \dfrac{2x}{\arcsin x}$에 대하여 $f'\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$의 값을 구하면?

① $\dfrac{4\pi-18\sqrt{3}}{\pi^2}$　② $\dfrac{4\pi-9\sqrt{3}}{\pi^2}$

③ $\dfrac{6\pi-18\sqrt{3}}{\pi^2}$　④ $\dfrac{6\pi-9\sqrt{3}}{\pi^2}$

0283 $\dfrac{d}{dx}\tanh^{-1}x$의 값은? (단, $\tanh^{-1}x$ 는 $\tanh x$의 역함수)

① $\dfrac{1}{x^2-1}$　② $\dfrac{1}{1-x^2}$　③ $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$　④ $\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

0284 다음 중 옳지 않은 것은?

① $x=\dfrac{1}{2}$에서 $f(x) = \operatorname{sech}^{-1}x$의 도함수 값은 $-\dfrac{4}{\sqrt{3}}$

② $x=2$에서 $f(x) = \operatorname{sech}^{-1}x$의 도함수 값은 $\dfrac{8}{\sqrt{3}}$

③ $x=\dfrac{1}{2}$에서 $f(x) = \operatorname{csch}^{-1}x$의 도함수 값은 $-\dfrac{4}{\sqrt{5}}$

④ $x=2$에서 $f(x) = \operatorname{csch}^{-1}x$ 의 도함수 값은 $-\dfrac{1}{2\sqrt{5}}$

0285 $x>0$에서 정의된 함수 $y=f(x)$가 항상 식 $f(x)e^{f(x)}=x$을 만족할 때, $f'(e)$의 값은?

① 1 ② e ③ $\frac{1}{e}$ ④ $\frac{1}{2e}$

0286 모든 실수 $x>1$에 대하여 $f'(x)=\frac{1}{(\ln x)^2}$이고, $f(e)=1, g(x)=e^{f(x)}$일 때, $g'(e)$의 값은?

① $\frac{1}{e}$ ② e ③ 1 ④ $e^{\frac{1}{e}}$

0287 다음은 쌍곡선 함수의 성질이다. 다음 중 틀린 것은 ?

① $\cosh x$의 도함수는 $-\sinh x$이다.

② $\operatorname{sech}^{-1}x = \cosh^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$이다.

③ $\tanh'(0) = 1$이다.

④ $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$이다.

0288 $y=\tan^{-1}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$일 때, $\frac{dy}{dx}$를 구하면?

① $\frac{1}{1+x^2}$ ② $-\frac{1}{1+x^2}$ ③ $\frac{2}{1+x^2}$ ④ $-\frac{2}{1+x^2}$

0289 $f(x)=\tanh^{-1}(\sin x)$일 때, $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$를 구하면?

① 0　　② 1　　③ $\sqrt{2}$　　④ $\sqrt{3}$

0290 $y=f(x)=\sin^{-1}x$이고 $z=g(y)=y^2$이다. $z=(g\circ f)(x)=g(f(x))$일 때, $-1<x<1$에서 $\frac{dz}{dx}$를 구하면?

① $\frac{2\sin^{-1}x}{\cos(\sin^{-1}x)}$　　② $\frac{2\sin^{-1}x}{\sin(\cos^{-1}x)}$

③ $\frac{2\cos^{-1}x}{\cos(\sin^{-1}x)}$　　④ $\frac{2\cos^{-1}x}{\sin(\cos^{-1}x)}$

0291 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{d}{dx}(x^2e^x)=x^2e^x+2xe^x$　　② $\frac{d}{dx}(e^x\sin x)=\sqrt{2}\,e^x\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)$

③ $\frac{d}{dx}\left(\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}\right)=\operatorname{sech}x$　　④ $\frac{d}{dx}\left(\sqrt{e^x+e^{-x}}\right)=\frac{e^x-e^{-x}}{2\sqrt{e^x+e^{-x}}}$

0292 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{d}{dx}(\cos x+3\sin x)=-\sin x+3\cos x$

② $\frac{d}{dx}(\sqrt{1+3\tan x})=\frac{3\sec^2x}{\sqrt{1+3\tan x}}$ (단, $\tan x>-\frac{1}{3}$)

③ $\frac{d}{dx}(\sin(\cos 2x))=-2\sin 2x\cos(\cos 2x)$

④ $\frac{d}{dx}(\sin^2x\cos 3x)=\sin 2x\cos 3x-3\sin 3x\sin^2x$

0293 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{d}{dx}(2^{\sin x}) = 2^{\sin x}\cos x \ln 2$　② $\frac{d}{dx}(\sin 2^x) = 2^x \ln 2 \cos(2^x)$

③ $\frac{d}{dx}(e^{\sin x}) = e^{\cos x}$　④ $\frac{d}{dx}(\sin e^x) = e^x \cos(e^x)$

0294 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\frac{d}{dx}(\log_{10}(x^2+1)) = \frac{2x}{(x^2+1)\ln 10}$

② $\frac{d}{dx}(\ln(x^2+1)) = \frac{2x}{x^2+1}$

③ $\frac{d}{dx}(\ln(\ln x)) = \frac{1}{x \ln x}$

④ $\frac{d}{dx}(\ln(\tan x)) = \frac{1}{\sin 2x}$

0295 $\frac{d^9}{dx^9}(x^8 \ln x)$을 구하면?

① $8!$　② $8! \ln x$　③ $\frac{8!}{x}$　④ $\frac{8! \ln x}{x}$

0296 $y = x^{\sin x}$일 때, y'을 구하면? (단, $x > 0$)

① $x^{\sin x}\left(\sin x \cdot \ln x + \frac{\cos x}{x}\right)$　② $x^{\cos x}\left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$

③ $x^{\sin x}\left(\sin x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$　④ $x^{\sin x}\left(\cos x \cdot \ln x + \frac{\sin x}{x}\right)$

0297 $y=(\ln x)^{\ln x}$의 도함수를 구하면?

① $y'=(\ln x)^{\ln x}\left[\frac{1}{x}\ln(\ln x)+1\right]$ ② $y'=(\ln x)^{\ln x}\left[\frac{1}{x}\ln(\ln x)+\frac{1}{x}\right]$

③ $y'=(\ln x)^{\ln x}\left[\frac{1}{x}\ln(\ln x)+x\right]$ ④ $y'=(\ln x)^{\ln x}\left[\frac{1}{x}\ln(\ln x)-\frac{1}{x^2}\right]$

0298 $f(x)=\dfrac{(x-1)^{\frac{3}{2}}(x-3)^{\frac{1}{2}}}{(x-2)^2}$일 때, $f'(4)$를 구하면? (단, $x>3$)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

0299 $y=\sqrt{a^2-x^2}+a\sin^{-1}(\frac{x}{a})$일 때, 도함수를 구하면? (단, $0<x<a$)

① $\sqrt{\dfrac{a-x}{a+x}}$ ② $\sqrt{\dfrac{a+x}{a-x}}$ ③ $\sqrt{\dfrac{x-a}{x+a}}$ ④ $\sqrt{\dfrac{x+a}{x-a}}$

0300 다음 함수의 $\dfrac{dy}{dx}$를 구하면?

$$x^2+y^2=a^2 \quad (\text{단, } a>0)$$

① $-\dfrac{x}{y}$ ② $-\dfrac{y}{x}$ ③ $-\dfrac{a}{y}$ ④ $-\dfrac{y}{a}$

0301 다음 함수의 $\dfrac{dy}{dx}$를 구하면?

$$\sqrt{x}+\sqrt{y}=a \quad (\text{단, } a>0,\ x>0,\ y>0)$$

① $-\dfrac{x}{y}$　　② $-\dfrac{y}{x}$　　③ $-\sqrt{\dfrac{y}{x}}$　　④ $-\sqrt{\dfrac{x}{y}}$

0302 $x+2y-3x^2y=0$에서 $x=3$일 때, $\dfrac{dy}{dx}$를 구하면?

① $-\dfrac{19}{25}$　　② $-\dfrac{29}{25}$　　③ $-\dfrac{29}{(25)^2}$　　④ $-\dfrac{19}{(25)^2}$

0303 데카르트 곡선 $x^3+y^3=6xy$ 위의 점 $P(3,\ 3)$에서 접선의 방정식을 구하면?

① $x+3y=12$　② $x-2y=-3$　③ $x+y=6$　④ $-x+2y=3$

0304 $x^3+y^3=6xy$ 일 때, $\dfrac{dy}{dx}$ 을 구하시오.

① $-\dfrac{x^2-2y}{y^2-2x}$　② $-\dfrac{x^2-3y}{y^2-2x}$　③ $\dfrac{x^2-2y}{y^2+2x}$　④ $\dfrac{x^2+2y}{y^2-2x}$

0305 $x^3+y^3-3xy=0$일 때, $\dfrac{dy}{dx}$를 구하면?

① $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y-x^2}{y^2-x}$ (단, $y^2-x\neq 0$) ② $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y+x^2}{y^2-x}$ (단, $y^2-x\neq 0$)

③ $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y^2-x}{y-x^2}$ (단, $y-x^2\neq 0$) ④ $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{y^2+x}{y-x^2}$ (단, $y-x^2\neq 0$)

0306 $x^2+3y^3=y+\cos x$에서 $\dfrac{dy}{dx}$을 구하면?

① $\dfrac{2x+\sin x}{1-9y^2}$ ② $\dfrac{2x+\sin x}{1+9y^2}$ ③ $\dfrac{2x-\sin x}{1-9y^2}$ ④ $\dfrac{-2x-\sin x}{1-9y^2}$

0307 $\sin(x+y)=y^2\cos x$일 때, y'은 무엇인가?

① $y'=\dfrac{\cos(x+y)+y^2\sin x}{2y\cos x-\cos(x+y)}$ ② $y'=\dfrac{\cos(x+y)-y^2\sin x}{2y\cos x-\cos(x+y)}$

③ $y'=\dfrac{\cos(x+y)+y^2\sin x}{2y\cos x}$ ④ $y'=\dfrac{\cos(x+y)-y^2\sin x}{2y\cos x}$

0308 $x^2y^2-2x^3y-\tan x=0$일 때, y'은?

① $y'=\dfrac{6x^2y+2xy^2-\sec^2x}{2x^2y+2x^3}$ ② $y'=\dfrac{6x^2y+2xy^2-\sec^2x}{2x^2y-2x^3}$

③ $y'=\dfrac{6x^2y-2xy^2+\sec^2x}{2x^2y-2x^3}$ ④ $y'=\dfrac{6x^2y-2xy^2-\sec^2x}{2x^2y+2x^3}$

0309 함수 $x = y\sqrt{1-y^2}$ 에 대하여 $\dfrac{dy}{dx}$ 을 구하면?

① $\dfrac{2\sqrt{1-y^2}}{1-2y^2}$ ② $\dfrac{\sqrt{1-y^2}}{1-2y^2}$ ③ $\dfrac{1-2y^2}{\sqrt{1-y^2}}$ ④ $\dfrac{1-2y^2}{2\sqrt{1-y^2}}$

0310 $xy = 1-y^2$ 위의 점 $(0, -1)$에서 접선의 방정식은?

① $y = -2x-1$ ② $y = 2x-1$

③ $y = -\dfrac{1}{2}x-1$ ④ $y = \dfrac{1}{2}x-1$

0311 곡선 $x^2-2xy+y^3 = 1$ 위의 점 $(2, 1)$에서의 접선의 기울기는?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3

0312 곡선 $xy(2+y) = 8$ 위의 점 $(1, 2)$에서의 접선의 기울기는?

① 0 ② -1 ③ $\dfrac{2}{3}$ ④ $-\dfrac{4}{3}$

0313 곡선 $x^2+xy+y^2=1$ 위의 점 $(1,0)$에서 접선의 방정식은?

① $y = -2x-4$ ② $y = -2x+2$ ③ $y = -x-2$ ④ $y = x+2$

0314 $x^2+5xy+y^2=4$의 $(0,\ 2)$에서 $\dfrac{dy}{dx}$는?

① $-\dfrac{1}{2}$ ② 2 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ $-\dfrac{5}{2}$

0315 곡선 $x^2e^y+y^2e^{2x}=1$ 위의 점 $(1,\ 0)$에서의 접선의 기울기는?

① 0 ② 1 ③ -1 ④ -2

0316 곡선 $x^5=1+e^y-xe^{y^2}$ 위의 점 $(1,\ 0)$에서 접선의 기울기를 구하면?

① 8 ② 6 ③ 4 ④ 2

0317 $y^2=5x^4-x^2$으로 주어진 곡선 위의 점 $(1,\ 2)$에서 이 곡선에 대한 접선의 방정식은?

① $y=-\dfrac{9}{2}x+\dfrac{13}{2}$ ② $y=\dfrac{9}{2}x-\dfrac{5}{2}$

③ $y=-\dfrac{9}{4}x+\dfrac{17}{4}$ ④ $y=\dfrac{9}{4}x-\dfrac{1}{4}$

0318 곡선 $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=4$에 대하여 곡선 위의 점 $(-1, 3\sqrt{3})$에서의 접선의 기울기는?

① $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $3\sqrt{3}$

0319 곡선 $y=x^2-x+2$ 위의 x좌표 1인 점에서 그은 접선의 방정식은?
① $y=3x+1$　② $y=3x-1$　③ $y=2x+1$　④ $y=x+1$

0320 음함수 $2e^{xy}-x^2y+y=0$으로 표현된 곡선에 대하여 $x=0$일 때, $\frac{dy}{dx}$의 값을 구하면?
① 4　② -2　③ $2e$　④ $-2e$

0321 음함수 $x^3-\sin y=x^2y+1$ 위의 점 $(1,0)$에서의 접선의 기울기를 구하면?
① $\frac{1}{2}$　② 1　③ $\frac{3}{2}$　④ 2

0322 $x^y y^x=1$일 때, $y'(1)$의 값은?
① -1　② 0　③ 1　④ e

0323 $y=y(x)$가 $y^x=x^y$을 만족하는 $y(1)+y'(1)$는?
① -1　② 0　③ 1　④ 2

0324 관계식 $x^3+y^3-xy=1$에 의해 점 $(1,1)$근처에서 정의된 함수 $y=f(x)$를 생각한다. 이 때, $f'(1)+f''(1)$의 값을 구하면?

① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8

0325 다음 방정식에서 $\dfrac{dy}{dx}$을 구하면?

$$5x+y-x^2y = 0,\ x^2 \neq 1$$

① $\dfrac{xy-5}{x^2-1}$ ② $\dfrac{xy+5}{1-x^2}$ ③ $\dfrac{2xy-5}{x^2-2}$ ④ $\dfrac{2xy-5}{1-x^2}$

0326 주어진 곡선 $xy^2+x^2y=2$ 상의 점 $(1,\ -2)$에서의 접선의 방정식은?

① $2x+y=0$ ② $x+2y=0$ ③ $x=1$ ④ $y=-2$

0327 방정식 $x^2+y^2=9$을 만족하는 그래프상의 점 $(3,\ 0)$에서 접선의 방정식은?

① $x=3$ ② $y=0$ ③ $y=-3x+9$ ④ $y=3x-9$

0328 함수 $f(x)=\dfrac{\sec x}{1+\tan x}$의 그래프에서 x축과 평행인 접선을 가지는 x의 값은?

① 0 ② $\dfrac{2}{3}\pi$ ③ π ④ $\dfrac{5}{4}\pi$

0329 평면곡선 $x^2 + xy + y^2 - 3 = 0$ 위에서 x축 또는 y축에 평행한 접선을 갖는 점들을 나열한 것은?

① $(1,\ 2),(-1,\ 2),(-2,\ 1),(-2,\ -1)$
② $(1,\ -2),(-1,\ 2),(-2,\ 1),(2,\ -1)$
③ $(1,\ -2),(-1,\ 2),(2,\ -1),(-2,\ -1)$
④ $(1,\ -2),(1,\ 2),(-2,\ 1),(2,\ -1)$

0330 곡선 $2xy+y^2-x^2 = 1$ 위의 점 $(2,\ 1)$에서 법선의 기울기는?

① $\frac{1}{3}$　② $-\frac{1}{3}$　③ 3　④ -3

0331 $f(x)= \sqrt[3]{x+5}$일 때, $(f^{-1})'(2)$의 값은?

① 1　② 3　③ 4　④ 12

0332 $f(x)= \ln x + \tan^{-1}x$이고 $g(x)= f^{-1}(x)$일 때, $g'\left(\frac{\pi}{4}\right)$를 구하면?

① $\frac{1}{3}$　② $\frac{2}{3}$　③ 1　④ $\frac{4}{3}$

0333 함수 $f(x) = x^3+x+e^x$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g'(1)$의 값은?

① 1　② 2　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{1}{4+e}$

0334 $f(x) = x^5 + x + 1$이고, f^{-1}가 함수 f의 역함수라 하자. 이 때, $(f^{-1})'(1)$의 값은 얼마인가?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2

0335 함수 $f(x) = \sin x + 4x + 1$의 역함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를 $h(x) = g(2x+1)$로 정의할 때, $h'(0)$의 값은?

① 0 ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$ ④ 5

0336 구간 $\left(\frac{1}{2},\ 2\right)$에서 정의된 일대일 함수 $y = \sin(\ln x^2)$의 역함수를 $g(y)$라 하자. 함수 $g(y)$의 $y=0$에서 접선의 기울기는?

① 2 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{e}$ ④ $\frac{1}{2e}$

0337 함수 $f(x) = \ln(x^2+1)$, $x \geq 0$의 역함수를 g라 하자. $g'(\ln 10)$은?

① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{101}{20}$ ④ $\frac{20}{101}$

0338 $f(x) = 2\tan x\ \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}\right)$일 때, $(f^{-1})'(2)$의 값은?

① 2 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ 4

0339 함수 $f(x) = 2x - \arctan x + 1$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g'(1)$을 구하면?

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$

0340 함수 $f(x) = \sinh(x^3 + x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g'(0)$의 값은?

① 1 ② -1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$

0341 $f(x) = 2x + \cos x$일 때, $2\left(f^{-1}\right)'(1)$의 값은?
(단, $f^{-1}(x)$는 $f(x)$의 역함수)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 3

0342 f^{-1}을 미분 가능한 함수 f의 역함수라 하자. $f(4) = 5$, $f'(4) = \frac{2}{3}$을 만족하면 $\left(f^{-1}\right)'(5)$의 값은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{3}{8}$

0343 함수 f는 미분가능하고 역함수 f^{-1}을 갖는다. $G(x)=\dfrac{1}{f^{-1}(x)}$이고 $f(3)=2, f'(3)=\dfrac{1}{9}$일 때, $G'(2)$의 값은?

① 1　② $\dfrac{9}{2}$　③ $-\dfrac{9}{2}$　④ -1

0344 함수 g는 $f(2)=3, f'(2)=4$인 함수 f의 역함수이고 $h(x)=\dfrac{1}{g(x)}$이라고 할 때, $h'(3)$의 값은?

① 1　② $\dfrac{1}{3}$　③ $-\dfrac{1}{16}$　④ $-\dfrac{1}{36}$

0345 $f(x)=e^x+x$의 역함수를 g라 할 때, $g''(1)$의 값을 구하면?

① $-\dfrac{1}{2}$　② $-\dfrac{1}{4}$　③ $-\dfrac{1}{6}$　④ $-\dfrac{1}{8}$

0346 $x=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}, y=\dfrac{2t}{1+t^2}$으로 나타낼 때, $\dfrac{dy}{dx}$를 구하면?

① $\dfrac{t^2-1}{2t}$　② $\dfrac{t^2+1}{2t}$　③ $\dfrac{1-t^2}{2t}$　④ $\dfrac{2t}{1+t^2}$

0347 $x=a\cos^3\theta,\ y=a\sin^3\theta\ \ (a>0)$로 주어진 함수의 $\theta=\dfrac{\pi}{3}$에서 $\dfrac{dy}{dx}$값은?

① $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ④ $-\sqrt{3}$

0348 $x=\cos t,\ y=\sin t\ \ 0<t<\pi$ 일 때, $\dfrac{dy}{dx}$을 구하면?

① $\dfrac{\cos t}{\sin t}$ ② $-\dfrac{y}{x}$ ③ $-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ ④ $\dfrac{x}{1-x^2}$

0349 $x=\cosh\theta,\ y=\sinh\theta\ \ (0<\theta<\infty)$일 때, $\dfrac{dy}{dx}$을 구하면?

① x^2-1 ② $\sqrt{x^2-1}$ ③ $\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ ④ $\dfrac{1}{\sqrt{x^2-1}}$

0350 매개변수로 주어진 곡선 $x=\dfrac{e^t+e^{-t}}{2},\ y=\dfrac{e^t-e^{-t}}{2}$에 대하여 $\dfrac{dy}{dx}$을 구하면?

① $-\dfrac{e^t+e^{-t}}{e^t-e^{-t}}$ ② $\dfrac{e^{2t}-1}{e^{2t}+1}$ ③ $-\dfrac{y}{x}$ ④ $\dfrac{\sqrt{1+y^2}}{y}$

0351 싸이클로이드(cycloid)가 $x = \theta - \sin\theta$, $y = 1 - \cos\theta$로 주어져 있다. 이때 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 에서 $\frac{dy}{dx}$의 값은?

① $\sqrt{3}$ ② $\frac{3}{2\pi - 3\sqrt{3}}$ ③ $-\sqrt{3} + \frac{2\pi}{3}$ ④ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

0352 매개방정식 $x = \sin t - t\cos t$, $y = t\sin t + \cos t$라 하자. $t = \frac{\pi}{6}$에서 접선의 방정식은?

① $y = \sqrt{3}x + \frac{\pi}{4}$ ② $y = \sqrt{3}x + \frac{\pi}{3}$

③ $y = \sqrt{3}x + \frac{\pi}{2}$ ④ $y = \sqrt{3}x - \frac{\pi}{3}$

0353 $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$에 대하여 $x = \cos\theta$, $y = \sin\theta$라 할 때, 이차도함수 $\frac{d^2y}{dx^2}$는?

① $\frac{1}{(1-x^2)x}$ ② $\frac{1}{x^2\sqrt{1-x^2}}$

③ $\frac{-1}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$ ④ $-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}$

0354 매개방정식 $x = 3\sin\theta$, $y = 9\cos\theta$의 2계 도함수 $\frac{d^2y}{dx^2}$는?

① $3\cot\theta$ ② $-\sec^3\theta$ ③ $3\sec\theta$ ④ $\tan\theta$

0355 실수 t의 함수 x,y가 $x=\sin t, y=5-4\cos t$로 주어질 때, $t=\frac{\pi}{3}$에서 $\frac{d^2y}{dx^2}$의 값은?

① 30 ② 31 ③ 32 ④ 33

0356 $x=e^t\cos t,\ y=e^t\sin t$라 할 때, $t=0$에서 $\frac{d^2y}{dx^2}$는 얼마인가?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ e

0357 함수 $y=x^3+ax^2+bx+1$는 $x=1$에서 극솟값 0을 갖는다. 이 때, 상수 $a+b$의 값은?

① -2 ② 1 ③ -1 ④ 0

0358 함수 $y=xe^{-x}$는 $x=a$에서 극값 b를 갖는다고 할 때, ab는 얼마인가?

① e^{-2} ② $2e^{-2}$ ③ e^{-1} ④ $2e^{-1}$

0359 양의 실수 x에서 정의된 함수 $f(x)=x^2+\frac{2}{x}$의 최소가 되는 x값과 최솟값의 합은?

① $2\sqrt{2}+2$ ② $2\sqrt{2}+1$ ③ 3 ④ 4

0360 함수 $f(t)=(1-t^2)e^{-t}$가 최대인 t의 값은?

① e ② $\frac{1}{e}$ ③ $1-\sqrt{2}$ ④ $1+\sqrt{2}$

0361 구 모양의 기구 안으로 공기를 불어넣을 때, 기구의 부피는 $200\,m^3/s$의 비율로 증가한다. 직경(지름)이 $40\,cm$일 때, 기구의 반지름은 얼마나 빨리 증가하겠는가?

① $\frac{1}{8\pi}\,cm/s$ ② $\frac{1}{4\pi}\,cm/s$ ③ $\frac{1}{2\pi}\,cm/s$ ④ $\frac{3}{4\pi}\,cm/s$

0362 공 모양의 고무용기에 매초 $200\,mm^3$의 비율로 액체가 주입되고 있다. 반지름이 $10\,mm$가 될 때, 이 고무용기 겉넓이의 변화율은 얼마인가?
(단, 용기의 두께는 무시하고, 처음 용기의 반지름은 $5\,mm$이다.)

① $20\,mm^2/\mathrm{sec}$ ② $40\,mm^2/\mathrm{sec}$
③ $2{,}000\,mm^2/\mathrm{sec}$ ④ $4{,}000\,mm^2/\mathrm{sec}$

0363 반지름 $5\,cm$, 높이 $2\,cm$의 원통형 피자 반죽을 돌려서 부피는 변화시키지 않고 원통 형태를 유지하면서 넓히고 있다. 반지름이 $10\,cm$가 되었을 때, 반지름의 시간에 대한 변화율이 $1\,cm/\mathrm{sec}$라고 하면, 높이의 시간에 대한 변화율은?

① $-0.1\,cm/\mathrm{sec}$ ② $0.1\,cm/\mathrm{sec}$
③ $-1\,cm/\mathrm{sec}$ ④ $1\,cm/\mathrm{sec}$

0364 북쪽으로부터 십자교차로로 접근하는 경찰차가 방금 교차로를 지나 동쪽으로 움직이는 속도위반 차량을 추적하고 있다. 경찰차가 교차로의 북쪽 $600\,m$, 속도위반 차량이 동쪽 $800\,m$에 있을 때, 경찰차와 속도위반 차량 사이의 거리가 $20\,km/h$의 일정한 속도로 증가하고 있다. 경찰차가 $60\,km/h$의 속도로 교차로로 접근하고 있다면 속도위반 차량의 속도는 얼마인가?

① $60\,km/h$ ② $70\,km/h$

③ $65\,km/h$ ④ $75\,km/h$

0365 내부 반지름이 $10m$인 반구형의 비어있는 실험용기에 물표면 상승속도를 일정하게 유지하면서 물을 가득 채우기까지 20분이 걸렸다. 다음 물표면 반지름에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 물표면의 반지름은 물이 가득 차기 전까지는 일정하게 증가한다.

② 물표면의 반지름은 물을 채우기 시작한 후 10분 뒤에 최대가 된다.

③ 물표면의 반지름은 물을 채우기 시작한 후 4분 뒤에 $2m$가 된다.

④ 물표면 반지름의 증가율은 물을 채우기 시작한 후 4분 뒤에 분 당 $\dfrac{2}{3}m$가 된다.

0366 시태양의 고도각이 $0.25\,rad/h$의 비율로 감소하고 있다. 태양의 고도각이 $\dfrac{\pi}{3}$일 때, $100\,m$ 높이의 건물에 대한 그림자는 얼마의 속도로 증가하는가?

① $\dfrac{100}{3}$ ② $\dfrac{100}{7}$ ③ $\dfrac{100}{9}$ ④ $\dfrac{100}{11}$

0367 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{1+\sinh^2 x}\,dx$$

① $\sinh x + c$ ② $\cosh x + c$ ③ $\tanh x + c$ ④ $\mathrm{sech}^2 x + c$

0368 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int (1+\tan^2 x)\,dx$$

① $\sin x + c$ ② $\cos x + c$ ③ $\tan x + c$ ④ $\sec^2 x + c$

0369 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \left(\frac{3\cot x + 2\tan x}{\cos x}\right)dx$$

① $3\ln|\sin x - \tan x| + 2\sec x + c$ ② $3\ln|\cos x - \tan x| + 2\sec x + c$

③ $3\ln|\csc x - \cot x| + 2\sec x + c$ ④ $3\ln|\sec x - \cot x| + 2\sec x + c$

0370 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x}\,dx$$

① $x - \sin x + c$ ② $x - \cos x + c$

③ $x - \tan x + c$ ④ $x - \sec x + c$

0371 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sin^2 x\, dx$$

① $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin 2x + c$　　② $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\cos 2x + c$

③ $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\tan 2x + c$　　④ $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sec^2 2x + c$

0372 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sin 2x \cos 3x\, dx$$

① $-\frac{1}{10}\sin 5x + \frac{1}{2}\sin x + c$　　② $-\frac{1}{10}\cos 5x + \frac{1}{2}\cos x + c$

③ $-\frac{1}{10}\sin x + \frac{1}{2}\sin 5x + c$　　④ $-\frac{1}{10}\cos x + \frac{1}{2}\cos 5x + c$

0373 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}}\, dx$$

① $(x+1) - x + c$　　② $\frac{1}{3}(x+1)^3 - \frac{1}{3}x^3 + c$

③ $\frac{2}{5}(x+1)^{\frac{5}{2}} - \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + c$　　④ $\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + c$

0374 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{8^x+1}{2^x+1}dx$$

① $\frac{8^x}{2\ln 2}-\frac{2^x}{\ln 2}+x+c$　　② $\frac{6^x}{\ln 6}-\frac{2^x}{\ln 2}+x+c$

③ $\frac{4^x}{\ln 4}-\frac{2^x}{\ln 2}+x+c$　　④ $\frac{3^x}{\ln 3}-\frac{2^x}{\ln 2}+x+c$

0375 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{x^4+x^2+1}{x^2-x+1}dx$$

① $\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2+x+c$　　② $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{2}x^2+x+c$

③ $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+x+c$　　④ $\frac{1}{7}x^7+\frac{1}{5}x^5+x+c$

0376 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x\,e^{x^2}dx$$

① $\frac{1}{4}e^{x^2}+c$　　② $\frac{1}{3}e^{x^2}+c$

③ $\frac{1}{2}e^{x^2}+c$　　④ $e^{x^2}+c$

0377 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{\ln x}{x}\,dx$$

① $\frac{1}{2}(\ln x)^2+c$　　② $x\ln x-x+c$

③ $(\ln x)^2+c$　　④ $\frac{x}{2}(\ln x)^2-x+c$

0378 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{x^2}\,dx$$

① $e^{-\frac{1}{x}}+c$　　② $\frac{1}{x^2}e^{-\frac{1}{x}}+c$

③ $e^{-\frac{2}{x}}+c$　　④ $\frac{3}{x^2}e^{-\frac{2}{x}}+c$

0379 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{\sqrt[3]{2x+1}}\,dx$$

① $\frac{3}{4}(2x+1)^{\frac{2}{3}}+c$　　② $\frac{1}{2}(2x+1)^{\frac{1}{3}}+c$

③ $\frac{1}{4}(2x+1)^{\frac{1}{3}}+c$　　④ $\frac{3}{4}(2x+1)^{-\frac{1}{3}}+c$

0380 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sin^5 x \cos x \, dx$$

① $\dfrac{1}{6}\sin^6 x + c$　　② $\dfrac{1}{6}\cos^6 x + c$

③ $\dfrac{1}{6}\tan^6 x + c$　　④ $\dfrac{1}{6}\sec^6 x + c$

0381 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int (1+\cos x)^3 \sin x \, dx$$

① $-\dfrac{1}{4}(1+\sin x)^4 + c$　　② $-\dfrac{1}{4}(1+\cos x)^4 + c$

③ $\dfrac{1}{4}(1+\sin x)^4 + c$　　④ $\dfrac{1}{4}(1+\cos x)^4 + c$

0382 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sin^3 x \, dx$$

① $\dfrac{1}{3}\sin^3 x - \sin x + c$　　② $\dfrac{1}{3}\cos^3 x - \cos x + c$

③ $\dfrac{1}{3}\tan^3 x - \tan x + c$　　④ $\dfrac{1}{3}\sec^3 x - \sec x + c$

0383 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sin x \cos 2x \, dx$$

① $\sin x - \frac{2}{3}\cos^3 x + c$　② $\cos x - \frac{2}{3}\sin^3 x + c$

③ $\sin x - \frac{2}{3}\sin^3 x + c$　④ $\cos x - \frac{2}{3}\cos^3 x + c$

0384 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x \sin x \, dx$$

① $-x\sin x + \sin x + c$　② $-x\sin x + \cos x + c$

③ $-x\cos x + \cos x + c$　④ $-x\cos x + \sin x + c$

0385 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x \cosh x \, dx$$

① $x\sinh x - \sin hx + c$　② $x\sinh x - \cos hx + c$

③ $x\cosh x - \cos hx + c$　④ $x\cosh x - \sin hx + c$

0386 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int e^x \sin x \, dx$$

① $\frac{e^x}{2}(\sin x - \cos x) + c$　② $\frac{e^x}{2}(\sin x + \cos x) + c$

③ $e^x(\sin x - \cos x) + c$　④ $e^x(\sin x + \cos x) + c$

0387 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sec^3 x\, dx$$

① $\frac{1}{4}\sec x \tan x + \frac{1}{4}\ln|\sec x + \tan x| + c$

② $\frac{1}{3}\sec x \tan x + \frac{1}{3}\ln|\sec x + \tan x| + c$

③ $\frac{1}{2}\sec x \tan x + \frac{1}{2}\ln|\sec x + \tan x| + c$

④ $\sec x \tan x + \ln|\sec x + \tan x| + c$

0388 $n \geq 3$인 자연수이다. $\int \tan^n x\, dx = \frac{\tan^{n-1} x}{n-1} - \int B dx$를 만족하는 B는?

① $\tan^{n-1} x$ ② $\sec^{n-1} x$ ③ $\tan^{n-2} x$ ④ $\sec^2 x$

0389 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x e^x\, dx$$

① $xe^x + c$ ② $xe^x - e^x + c$

③ $xe^x + e^x + c$ ④ $2xe^x - e^x + c$

0390 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x^2 e^x\, dx$$

① $e^x(x^2 - x + 1) + c$ ② $e^x(x^2 + x + 1) + c$

③ $e^x(x^2 - 2x + 2) + c$ ④ $e^x(x^2 + 2x + 2) + c$

0391 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x \ln x \, dx$$

① $x^2\left(\ln x - \frac{1}{2}\right) + c$　　② $\frac{1}{2}x^2(\ln x - 1) + c$

③ $\frac{1}{2}x^2\left(\ln x - \frac{1}{2}\right) + c$　　④ $\frac{1}{2}x^2\left(\ln x + \frac{1}{2}\right) + c$

0392 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{\ln x}{x^2} \, dx$$

① $-\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + c$　　② $-\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} + c$

③ $\frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + c$　　④ $\frac{\ln x}{x} + \frac{1}{x} + c$

0393 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sin^{-1} x \, dx$$

① $\sin^{-1}x + \sqrt{1-x^2} + c$　　② $\sin^{-1}x - \sqrt{1-x^2} + c$

③ $x\sin^{-1}x + \sqrt{1-x^2} + c$　　④ $x\sin^{-1}x - \sqrt{1-x^2} + c$

0394 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \tan^{-1} x \, dx$$

① $x\tan^{-1}x + \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + c$　　② $x\tan^{-1}x - \frac{1}{2}\ln(1+x^2) + c$

③ $x\tan^{-1}x + \ln(1+x^2) + c$　　④ $x\tan^{-1}x - \ln(1+x^2) + c$

0395 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int 2x \tan^{-1} x \, dx$$

① $x^2 \tan^{-1}x + x + \tan^{-1}x + c$　② $x^2 \tan^{-1}x - x - \tan^{-1}x + c$

③ $x^2 \tan^{-1}x + x - \tan^{-1}x + c$　④ $x^2 \tan^{-1}x - x + \tan^{-1}x + c$

0396 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \ln x \, dx$$

① $x \ln x + x + c$　② $x \ln x - x + c$

③ $2x \ln x + x + c$　④ $x \ln x - 2x + c$

0397 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} \, dx$$

① $\sin^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$　② $\cos^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$

③ $\tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$　④ $\sec^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$

0398 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sqrt{a^2-x^2}\,dx$$

① $\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}-\frac{a^2}{2}\sin^{-1}(\frac{x}{a})+c$ ② $\frac{x}{2}\sqrt{a^2-x^2}+\frac{a^2}{2}\sin^{-1}(\frac{x}{a})+c$

③ $x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\sin^{-1}(\frac{x}{a})+c$ ④ $x\sqrt{a^2-x^2}-a^2\sin^{-1}(\frac{x}{a})+c$

0399 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sqrt{2x-x^2}\,dx$$

① $(x-1)\sqrt{2x-x^2}+\sin^{-1}(x-1)+c$

② $\frac{(x-1)}{2}\sqrt{2x-x^2}+\frac{1}{2}\sin^{-1}(x-1)+c$

③ $(x-1)\sqrt{2x-x^2}-\sin^{-1}(x-1)+c$

④ $\frac{(x-1)}{2}\sqrt{2x-x^2}-\frac{1}{2}\sin^{-1}(x-1)+c$

0400 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{\sqrt{a^2+x^2}}{x}\,dx$$

① $\sqrt{x^2+a^2}-a\ln\left|\frac{a+\sqrt{x^2+a^2}}{x}\right|+c$ ② $\sqrt{x^2+a^2}+a\ln\left|\frac{a+\sqrt{x^2+a^2}}{x}\right|+c$

③ $\sqrt{x^2+a^2}-a\ln\left|\frac{x}{a+\sqrt{x^2+a^2}}\right|+c$ ④ $\sqrt{x^2+a^2}+a\ln\left|\frac{x}{a+\sqrt{x^2+a^2}}\right|+c$

0401 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{a^2+x^2}\,dx$$

① $\frac{1}{a}\sin^{-1}(\frac{x}{a})+c$ ② $\frac{1}{a}\cos^{-1}(\frac{x}{a})+c$

③ $\frac{1}{a}\tan^{-1}(\frac{x}{a})+c$ ④ $\frac{1}{a}\sec^{-1}(\frac{x}{a})+c$

0402 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{x^2+4x+5}\,dx$$

① $\sin^{-1}(x+2)+c$ ② $\cos^{-1}(x+2)+c$

③ $\tan^{-1}(x+2)+c$ ④ $\sec^{-1}(x+2)+c$

0403 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x^2 dx$$

① $\frac{1}{3}x^3+c$ ② $\frac{1}{2}x^3+c$ ③ $\frac{1}{3}x^2+c$ ④ x^3+c

0404 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x^{-3} dx$$

① $-\frac{1}{2x^2}+c$ ② $-\frac{1}{3x^3}+c$ ③ $-\frac{1}{4x^4}+c$ ④ $\frac{1}{2x^2}+c$

0405 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x^{-\frac{1}{2}}dx$$

① $x^{\frac{1}{2}}+c$ ② $2x^{\frac{1}{2}}+c$ ③ $-x^{\frac{1}{2}}+c$ ④ $-2x^{\frac{1}{2}}+c$

0406 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{x^2}dx$$

① $-\frac{1}{x}+c$ ② $\frac{1}{x}+c$ ③ $-\frac{1}{x^3}+c$ ④ $\frac{1}{x^3}+c$

0407 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}}dx$$

① $x^{\frac{1}{2}}+c$ ② $2x^{\frac{1}{2}}+c$ ③ $-x^{\frac{1}{2}}+c$ ④ $-2x^{\frac{1}{2}}+c$

0408 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{\sec x}dx$$

① $\sin x+c$ ② $\cos x+c$ ③ $\tan x+c$ ④ $\sec x+c$

0409 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{x^2}{x^2+1}dx$$

① $x+\sin^{-1}x+c$　　② $x-\sin^{-1}x+c$

③ $x+\tan^{-1}x+c$　　④ $x-\tan^{-1}x+c$

0410 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sin^2\frac{x}{2}dx$$

① $\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\sin x+c$　　② $\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\cos x+c$

③ $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\sin x+c$　　④ $\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\cos x+c$

0411 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \tan^2 x dx$$

① $\sin x-x+c$　　② $\cos x-x+c$

③ $\tan x-x+c$　　④ $\sec^2 x-x+c$

0412 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int e^{2x}\sinh x dx$$

① $\frac{1}{6}e^{3x}-\frac{1}{2}e^{x}+c$　　② $\frac{1}{3}e^{3x}-\frac{1}{2}e^{x}+c$

③ $\frac{1}{2}e^{3x}-\frac{1}{2}e^{x}+c$　　④ $e^{3x}-\frac{1}{2}e^{x}+c$

0413 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1-\cos^2 x}{\cos^2 x} dx$$

① $\sin x - x + c$　　② $\cos x - x + c$

③ $\tan x - x + c$　　④ $\sec^2 x - x + c$

0414 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{\sinh^2 x}{1-\cosh x} dx$$

① $-\sinh x - x + c$　　② $-\sinh x + x + c$

③ $-\cosh x - x + c$　　④ $-\cosh x + x + c$

0415 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x \sin(x^2) dx$$

① $-\frac{1}{2}\sin(x^2) + c$　　② $-\frac{1}{2}\cos(x^2) + c$

③ $\frac{1}{2}\sin(x^2) + c$　　④ $\frac{1}{2}\cos(x^2) + c$

0416 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sec^2 x \, e^{-\tan x} dx$$

① $e^{-\tan x} + c$　　② $-e^{-\tan x} + c$

③ $\tan e^{-\tan x} + c$　　④ $-\tan e^{-\tan x} + c$

0417 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{x(\ln x)^2}\,dx$$

① $\dfrac{1}{\ln x}+c$　② $-\dfrac{1}{\ln x}+c$　③ $\dfrac{1}{(\ln x)^2}+c$　④ $-\dfrac{1}{(\ln x)^2}+c$

0418 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{x\ln x\,(\ln(\ln x))^2}dx$$

① $\dfrac{1}{\ln(\ln x)}+c$　② $-\dfrac{1}{\ln(\ln x)}+c$

③ $\dfrac{1}{[\ln(\ln x)]^2}+c$　④ $-\dfrac{1}{[\ln(\ln x)]^2}+c$

0419 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{x^2}{x^3+1}dx$$

① $\dfrac{1}{6}\ln|x^3+1|+c$　② $\dfrac{1}{3}\ln|x^3+1|+c$

③ $\dfrac{1}{2}\ln|x^3+1|+c$　④ $\ln|x^3+1|+c$

0420 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \tan x\,dx$$

① $\ln|\sin x|+c$　② $\ln|\cos x|+c$

③ $-\ln|\sin x|+c$　④ $-\ln|\cos x|+c$

0421 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sec x\,dx$$

① $\ln|\sec x+\tan x|+c$ ② $\ln|\sec x-\tan x|+c$

③ $\ln|\cos x-\tan x|+c$ ④ $\ln|\sin x+\tan x|+c$

0422 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x^2(x^3+5)^{10}dx$$

① $\frac{1}{33}(x^3+5)^{11}+c$ ② $\frac{1}{11}(x^3+5)^{11}+c$

③ $\frac{1}{3}(x^3+5)^{11}+c$ ④ $\frac{1}{15}(x^3+5)^{11}+c$

0423 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{e^{2x}}{7+5e^{2x}}dx$$

① $\frac{1}{10}\ln(7+5e^{2x})+c$ ② $\frac{1}{5}\ln(7+5e^{2x})+c$

③ $\frac{1}{2}\ln(7+5e^{2x})+c$ ④ $\ln(7+5e^{2x})+c$

0424 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sec^2 x\ \sqrt{\tan x}\,dx$$

① $\frac{2}{3}(\sqrt{\tan x})+c$ ② $\frac{2}{3}(\sqrt{\tan x})^2+c$

③ $\frac{2}{3}(\sqrt{\tan x})^3+c$ ④ $\frac{2}{3}(\tan^2 x)+c$

0425 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{(1+x^2)^2}dx$$

① $\frac{1}{2}\tan^{-1}x + \frac{x}{2(1+x^2)} + c$　② $\frac{1}{2}\tan^{-1}x + \frac{x}{1+x^2} + c$

③ $\tan^{-1}x + \frac{x}{2(1+x^2)} + c$　④ $\tan^{-1}x + \frac{x}{1+x^2} + c$

0426 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{\sqrt{x^2-9}}{x}dx$$

① $\left(\frac{\sqrt{x^2-9}}{3} - \sec^{-1}\frac{x}{3}\right) + c$　② $2\left(\frac{\sqrt{x^2-9}}{3} - \sec^{-1}\frac{x}{3}\right) + c$

③ $3\left(\frac{\sqrt{x^2-9}}{3} - \sec^{-1}\frac{x}{3}\right) + c$　④ $9\left(\frac{\sqrt{x^2-9}}{3} - \sec^{-1}\frac{x}{3}\right) + c$

0427 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x^2 \sin x\, dx$$

① $x^2\cos x + 2x\sin x + 2\cos x + c$　② $x^2\cos x - 2x\sin x + 2\cos x + c$

③ $x^2\cos x + 2x\sin x - 2\cos x + c$　④ $-x^2\cos x + 2x\sin x + 2\cos x + c$

0428 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x\tan^{-1}x\,dx$$

① $-\frac{1}{2}x^2\tan^{-1}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\tan^{-1}x+c$

② $\frac{1}{2}x^2\tan^{-1}x-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}\tan^{-1}x+c$

③ $\frac{1}{2}x^2\tan^{-1}x+\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\tan^{-1}x+c$

④ $\frac{1}{2}x^2\tan^{-1}x-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}\tan^{-1}x+c$

0429 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sinh^{-1}x\,dx$$

① $x\sinh^{-1}x-\sqrt{1+x^2}+c$ ② $x\sinh^{-1}x+\sqrt{1+x^2}+c$

③ $x\sinh^{-1}x-\sqrt{1-x^2}+c$ ④ $x\sinh^{-1}x+\sqrt{1-x^2}+c$

0430 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int x^2\ln x\,dx$$

① $\frac{1}{3}x^3\ln x+\frac{1}{9}x^3+c$ ② $\frac{1}{3}x^3\ln x+\frac{1}{3}x^3+c$

③ $\frac{1}{3}x^3\ln x-\frac{1}{9}x^3+c$ ④ $\frac{1}{3}x^3\ln x-\frac{1}{3}x^3+c$

0431 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{x^2}{e^x}\,dx$$

① $-e^{-x}(x^2+2x+2)+c$　　② $e^{-x}(x^2+2x+2)+c$

③ $-e^{x}(x^2+2x+2)+c$　　④ $e^{x}(x^2+2x+2)+c$

0432 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int e^{-2x}\sin 3x\,dx$$

① $\frac{2}{13}e^{-2x}\sin 3x-\frac{3}{13}e^{-2x}\cos 3x+c$

② $-\frac{2}{13}e^{-2x}\sin 3x+\frac{3}{13}e^{-2x}\cos 3x+c$

③ $\frac{2}{13}e^{-2x}\sin 3x+\frac{3}{13}e^{-2x}\cos 3x+c$

④ $-\frac{2}{13}e^{-2x}\sin 3x-\frac{3}{13}e^{-2x}\cos 3x+c$

0433 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{5x+3}{x^3-2x^2-3x}\,dx$$

① $\ln|x|+\frac{1}{2}\ln|x+1|+\frac{3}{2}\ln|x-3|+c$

② $-\ln|x|+\frac{1}{2}\ln|x+1|+\frac{3}{2}\ln|x-3|+c$

③ $\ln|x|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+\frac{3}{2}\ln|x-3|+c$

④ $-\ln|x|-\frac{1}{2}\ln|x+1|+\frac{3}{2}\ln|x-3|+c$

0434 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{x^2+x+3}{x(x+1)^2}\,dx$$

① $3\ln|x| + 2\ln|x+1| + \dfrac{3}{x+1} + c$

② $-3\ln|x| + 2\ln|x+1| + \dfrac{3}{x+1} + c$

③ $3\ln|x| - 2\ln|x+1| + \dfrac{3}{x+1} + c$

④ $3\ln|x| + 2\ln|x+1| - \dfrac{3}{x+1} + c$

0435 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{2x^2+x-8}{x^3+4x}\,dx$$

① $2\ln|x|+2\ln(x^2+4)+\dfrac{1}{2}\tan^{-1}\dfrac{x}{2}+c$

② $-2\ln|x|+2\ln(x^2+4)+\dfrac{1}{2}\tan^{-1}\dfrac{x}{2}+c$

③ $2\ln|x|-2\ln(x^2+4)+\dfrac{1}{2}\tan^{-1}\dfrac{x}{2}+c$

④ $2\ln|x|+2\ln(x^2+4)-\dfrac{1}{2}\tan^{-1}\dfrac{x}{2}+c$

0436 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{x^2+4x+13}\,dx$$

① $\dfrac{1}{6}\tan^{-1}\left(\dfrac{x+2}{3}\right)+c$ ② $\dfrac{1}{3}\tan^{-1}\left(\dfrac{x+2}{3}\right)+c$

③ $\dfrac{1}{2}\tan^{-1}\left(\dfrac{x+2}{3}\right)+c$ ④ $\tan^{-1}\left(\dfrac{x+2}{3}\right)+c$

0437 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{2x^2+4x+8}dx$$

① $\frac{1}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\frac{x+1}{\sqrt{3}}+c$ ② $\frac{1}{2\sqrt{3}}\tan^{-1}\frac{x+1}{\sqrt{3}}+c$

③ $\frac{1}{3\sqrt{3}}\tan^{-1}\frac{x+1}{\sqrt{3}}+c$ ④ $\frac{1}{4\sqrt{3}}\tan^{-1}\frac{x+1}{\sqrt{3}}+c$

0438 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int e^{-\sqrt{x}}\,dx$$

① $-2\sqrt{x}\,e^{-\sqrt{x}}-2e^{-\sqrt{x}}+c$ ② $2\sqrt{x}\,e^{-\sqrt{x}}-2e^{-\sqrt{x}}+c$

③ $-2\sqrt{x}\,e^{-\sqrt{x}}+2e^{-\sqrt{x}}+c$ ④ $2\sqrt{x}\,e^{-\sqrt{x}}+2e^{-\sqrt{x}}+c$

0439 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{x+\sqrt{x}}\,dx$$

① $\ln(\sqrt{x}+1)+c$ ② $2\ln(\sqrt{x}+1)+c$

③ $3\ln(\sqrt{x}+1)+c$ ④ $4\ln(\sqrt{x}+1)+c$

0440 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{3x-1}{\sqrt{x+1}}\,dx$$

① $(\sqrt{x+1}^3-4\sqrt{x+1})+c$ ② $2(\sqrt{x+1}^3-4\sqrt{x+1})+c$

③ $3(\sqrt{x+1}^3-4\sqrt{x+1})+c$ ④ $4(\sqrt{x+1}^3-4\sqrt{x+1})+c$

0441 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{\sqrt[4]{x}}{1+\sqrt{x}}\,dx$$

① $\left(\frac{1}{3}(\sqrt[4]{x})^3-\sqrt[4]{x}+\tan^{-1}(\sqrt[4]{x})\right)+c$

② $2\left(\frac{1}{3}(\sqrt[4]{x})^3-\sqrt[4]{x}+\tan^{-1}(\sqrt[4]{x})\right)+c$

③ $3\left(\frac{1}{3}(\sqrt[4]{x})^3-\sqrt[4]{x}+\tan^{-1}(\sqrt[4]{x})\right)+c$

④ $4\left(\frac{1}{3}(\sqrt[4]{x})^3-\sqrt[4]{x}+\tan^{-1}(\sqrt[4]{x})\right)+c$

0442 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2+2x+5}}\,dx$$

① $\ln\left(\sqrt{x^2+2x+5}+x+1\right)+c$ ② $\ln\left(\sqrt{x^2+2x+5}+2x+1\right)+c$

③ $\ln\left(\sqrt{x^2+2x+5}+2x+3\right)+c$ ④ $\ln\left(\sqrt{x^2+2x+5}+2x+5\right)+c$

0443 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{\sqrt{x^2-4x}}\,dx$$

① $\ln(x-2+\sqrt{x^2-4x})+c$ ② $\ln(x-1+\sqrt{x^2-4x})+c$

③ $\ln(x+\sqrt{x^2-4x})+c$ ④ $\ln(x+2+\sqrt{x^2-4x})+c$

0444 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{2}{e^x+2}dx$$

① $\ln\frac{1}{e^x+2}+c$ ② $\ln\frac{2}{e^x+2}+c$

③ $\ln\frac{x}{e^x+2}+c$ ④ $\ln\frac{e^x}{e^x+2}+c$

0445 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{e^x+e^{-x}}dx$$

① $\sin^{-1}(e^x)+c$ ② $\cos^{-1}(e^x)+c$

③ $\tan^{-1}(e^x)+c$ ④ $\sec^{-1}(e^x)+c$

0446 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \operatorname{sech}x dx$$

① $2\sin^{-1}(e^x)+c$ ② $3\cos^{-1}(e^x)+c$

③ $2\tan^{-1}(e^x)+c$ ④ $3\sec^{-1}(e^x)+c$

0447 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \operatorname{csch}x\, dx$$

① $\frac{1}{6}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right|+c$ ② $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right|+c$

③ $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right|+c$ ④ $\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right|+c$

0448 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{e^{3x}}{1+e^{2x}}dx$$

① $e^x - \sin^{-1}(e^x) + c$　　② $e^x - \cos^{-1}(e^x) + c$

③ $e^x - \tan^{-1}(e^x) + c$　　④ $e^x - \sec^{-1}(e^x) + c$

0449 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{1+\cos x}dx$$

① $\sin\frac{x}{2} + c$　　② $\cos\frac{x}{2} + c$

③ $\tan\frac{x}{2} + c$　　④ $\tan x + c$

0450 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{2-\sin x}dx$$

① $\frac{2}{\sqrt{3}}\sin^{-1}\left[\frac{2\left(\tan\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3}}\right] + c$

② $\frac{2}{\sqrt{3}}\cos^{-1}\left[\frac{2\left(\tan\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3}}\right] + c$

③ $\frac{2}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left[\frac{2\left(\tan\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3}}\right] + c$

④ $\frac{2}{\sqrt{3}}\tan^{-1}\left[\frac{\left(\tan\frac{x}{2} - \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{3}}\right] + c$

0451 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{1}{4+5\cos x}dx$$

① $\frac{1}{6}\ln\left(\frac{\tan\frac{x}{2}+3}{\tan\frac{x}{2}-3}\right)+c$　　② $\frac{1}{3}\ln\left(\frac{\tan\frac{x}{2}+3}{\tan\frac{x}{2}-3}\right)+c$

③ $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{\tan\frac{x}{2}+3}{\tan\frac{x}{2}-3}\right)+c$　　④ $\ln\left(\frac{\tan\frac{x}{2}+3}{\tan\frac{x}{2}-3}\right)+c$

0452 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \frac{2}{1+\tan x}dx$$

① $\ln(1+\tan x)+\ln(\sec x)+x+c$

② $\ln(1+\tan x)-\ln(\sec x)+x+c$

③ $\ln(1+\sec x)-\ln(\tan x)+x+c$

④ $\ln(1+\sec x)+\ln(\tan x)+x+c$

0453 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sin^3 x\,dx$$

① $\frac{1}{4}\cos^4 x-\frac{1}{2}\cos^2 x+c$　　② $\frac{1}{3}\cos^3 x-\cos x+c$

③ $\frac{1}{4}\cos^4 x+\frac{1}{2}\cos^2 x+c$　　④ $\frac{1}{3}\cos^3 x+\cos x+c$

0454 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \cos^4 x\, dx$$

① $\frac{x}{8}+\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{32}\sin 4x+c$

② $\frac{x}{4}+\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{32}\sin 4x+c$

③ $\frac{3x}{8}+\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{32}\sin 4x+c$

④ $\frac{x}{2}+\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{1}{32}\sin 4x+c$

0455 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \tan^3 x\, dx$$

① $\frac{1}{2}\tan^2 x+\ln|\cos x|+c$ ② $\frac{1}{3}\tan^3 x+\ln|\cos x|+c$

③ $\frac{1}{4}\tan^4 x+\ln|\cos x|+c$ ④ $\frac{1}{4}\tan^4 x+c$

0456 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sec^4 x\, dx$$

① $\tan x+\frac{1}{3}\tan^3 x+c$ ② $\frac{1}{2}\tan x+\frac{1}{4}\tan^4 x+c$

③ $\frac{1}{3}\tan x+\frac{1}{5}\tan^5 x+c$ ④ $\frac{1}{5}\sec^5 x+c$

0457 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x \, dx$$

① $\frac{1}{3}\cos^3 t + \frac{1}{5}\cos^5 t + c$ ② $-\frac{1}{3}\cos^3 t + \frac{1}{5}\cos^5 t + c$

③ $\frac{1}{3}\cos^3 t - \frac{1}{5}\cos^5 t + c$ ④ $-\frac{1}{3}\cos^3 t - \frac{1}{5}\cos^5 t + c$

0458 다음 함수의 부정적분을 구하시오.

$$\int \sin 3x \cdot \cos 5x \, dx$$

① $\frac{1}{16}\cos 8x + \frac{1}{4}\cos 2x + c$ ② $-\frac{1}{16}\cos 8x + \frac{1}{4}\cos 2x + c$

③ $\frac{1}{16}\cos 8x - \frac{1}{4}\cos 2x + c$ ④ $-\frac{1}{16}\cos 8x - \frac{1}{4}\cos 2x + c$

0451 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\sin^{-1} x}{\sqrt{1-x^2}} dx$$

① $\frac{\pi^2}{72}$ ② $\frac{\pi^2}{36}$ ③ $\frac{\pi^2}{18}$ ④ $\frac{\pi^2}{9}$

0451 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_3^6 xy \, dx \text{ (단, } x = 6\cos\theta,\ y = 3\sin\theta \text{)}$$

① $27\sqrt{3}$ ② $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ ③ $9\sqrt{3}$ ④ $\frac{27\sqrt{3}}{4}$

0452 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^2 \frac{1}{(x^2+4)^2}\,dx$$

① $\frac{1}{8}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$ ② $\frac{1}{16}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$ ③ $\frac{1}{24}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$ ④ $\frac{1}{32}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$

0453 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^2 \frac{1}{x^2+2x+4}dx$$

① $\frac{\pi}{12\sqrt{3}}$ ② $\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$ ③ $\frac{\pi}{3\sqrt{3}}$ ④ $\frac{\pi}{2\sqrt{3}}$

0454 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^{\frac{1}{3}} \tan^{-1}3x\,dx$$

① $\frac{1}{12}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\ln 2\right)$ ② $\frac{1}{6}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\ln 2\right)$

③ $\frac{1}{3}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\ln 2\right)$ ④ $\frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}\ln 2\right)$

0455 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^1 x^2e^x\,dx$$

① $e-1$ ② $e-2$ ③ $e-3$ ④ $e-4$

0456 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^{\pi} e^{-2x}\cos^2 x\, dx$$

① $-\frac{3}{8}(e^{-2\pi}-1)$　② $-\frac{3}{8}(e^{-2\pi}-2)$

③ $-\frac{3}{8}(e^{-2\pi}-3)$　④ $-\frac{3}{8}(e^{-2\pi}-4)$

0457 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_2^5 \frac{8x-3}{x^2-x}\, dx$$

① $5\ln3+2\ln7$　② $5\ln3+7\ln2$

③ $3\ln5+2\ln7$　④ $3\ln5+7\ln2$

0458 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^1 \frac{1}{(x+2)(x+3)^2}\, dx$$

① $\ln\frac{9}{8}-\frac{1}{12}$　② $\ln\frac{9}{8}-\frac{1}{6}$　③ $\ln\frac{9}{8}-\frac{1}{3}$　④ $\ln\frac{9}{8}-\frac{1}{2}$

0459 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^1 (1+x)\sqrt{1-x}\, dx$$

① $\frac{2}{15}$　② $\frac{7}{15}$　③ $\frac{14}{15}$　④ $\frac{28}{15}$

0460 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos^3 x\, dx$$

① $\frac{11}{24}$ ② $\frac{11}{12}$ ③ $\frac{11}{6}$ ④ $\frac{11}{3}$

0461 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x\, dx$$

① $\frac{2}{15}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{6}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$

0462 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x\, dx$$

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$

0463 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^6 x\, dx$$

① $\frac{5}{32}\pi$ ② $\frac{5}{16}\pi$ ③ $\frac{5}{8}\pi$ ④ $\frac{5}{4}\pi$

0464 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cdot \cos^2 x \, dx$$

① $\frac{\pi}{16}$ ② $\frac{\pi}{8}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{2}$

0465 다음 함수의 정적분을 구하시오.

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} dx$$

① $\frac{\pi}{8}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{2}$

0466 $\int_1^a \frac{1}{x} dx = 1$을 만족하는 상수 a는?

① $e+1$ ② e^2 ③ $\frac{1}{e}$ ④ e

0467 적분 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^2} dx$의 값은?

① π ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{4}$

0468 정적분 $\int_0^{0.5} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ 의 값은 얼마인가?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{6}$

0469 정적분 $\int_0^3 \frac{1}{\sqrt{x+1}} dx$ 의 값은?

① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $\sqrt{3}$

0470 정적분 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{1-x}} dx$ 의 값은?

① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$

0471 $f(x)$는 연속함수이고 $g'(x)=f(x)$을 만족한다. $\int_a^b f(x)g(x)\,dx$ 의 값은?

① $\frac{f^2(b)-f^2(a)}{2}$ ② $f(b)-f(a)$

③ $g(b)-g(a)$ ④ $\frac{g^2(b)-g^2(a)}{2}$

0472 $f(x)$가 우함수 일 때, 양수 h에 대하여 $g(h)=\int_{-h}^{h} f(x)\,dx$으로 정의한다.
다음 설명 중 옳은 것은?

① 모든 h에서 $g(h)=0$이다. ② $g(2h)=2g(h)$

③ $\int_{a-h}^{a+h} f(x-a)\,dx = g(h)$ ④ $\int_{-h}^{0} f(x)\,dx = 2g(h)$

0473 $\int_0^1 \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2}\,dx$의 값을 구하면?

① $\frac{\pi^2}{32}$ ② $\frac{\pi^2}{16}$ ③ $\frac{\pi^2}{8}$ ④ $\frac{\pi^2}{4}$

0474 정적분 $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}\,dx$의 값은?

① $e-1$ ② e^2-1 ③ $2(e^2-e)$ ④ $4e^2-e$

0475 적분 $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt[3]{x^2+1}}\,dx$의 값을 구하라.

① $\frac{3}{4}\sqrt[3]{4}$ ② $\frac{3}{4}\sqrt[3]{2}$ ③ $\frac{3}{4}(\sqrt[3]{4}-1)$ ④ $\frac{3}{4}(\sqrt[3]{2}-1)$

0476 적분 $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}} \frac{\cos x}{\sin^2 x + 4\sin x + 3} dx$의 값은 얼마인가?

① $\frac{4}{21}$ ② $\frac{1}{2}\ln\frac{9}{7}$ ③ $\ln\frac{9}{7}$ ④ $\frac{1}{2}\ln\frac{7}{4}$

0477 $x = 6\cos\theta$, $y = \sin\theta$일 때, $\int_{3}^{6} xy\,dx$의 값은 얼마인가?

① $9\sqrt{3}$ ② $5\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{2}$

0478 $\int_{1}^{2} \frac{4}{x^2 - 2x + 2} dx$의 값은?

① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ 2π

0479 $\int_{-\infty}^{0} \frac{e^{3x}}{1 + e^{2x}} dx$를 구하면?

① $\frac{1}{2}\ln 2$ ② $\frac{3}{2}\ln 2$ ③ $\frac{\pi}{4}\ln 2$ ④ $1 - \frac{\pi}{4}$

0480 $\int_{e^2}^{e^4} \frac{1}{x\ln x} dx$를 구하면?

① 0 ② $\ln 2$ ③ $\ln 3$ ④ $\ln 5$

0481 $\int_0^{\infty} e^{-\sqrt{x}}\,dx$를 구하면?

① -1 ② $\frac{1}{2}$ ③ 2 ④ 4

0482 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x - x)\,dx$를 구하면?

① $-\frac{\pi^2}{32} - \ln\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $-\frac{\pi^2}{32} - \ln\frac{\pi}{4}$

③ $-\frac{\pi^2}{32} + \ln\frac{\pi}{2}$ ④ $-\frac{\pi^2}{32} + \ln\frac{\sqrt{2}}{2}$

0483 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^2 t - \cos^2 t \sin t)\,dt$를 구하면?

① $\frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}$ ② $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{2}$

0484 정적분 $\int_0^1 \frac{1}{1+\sinh^2 x}dx$ 의 값은?

① $\frac{1}{e^2-1}$ ② $\frac{1}{e^2+1}$ ③ $\frac{e^2+1}{e^2-1}$ ④ $\frac{e^2-1}{e^2+1}$

0485 부정적분 $\int \frac{1}{x^2-4}dx$는?

① $\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$ ② $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$

③ $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|+c$ ④ $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x+2}{x-2}\right|+c$

0486 적분 $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx$ 의 값을 구하면?

① $1+\ln\sqrt{2}$ ② $e^{\sqrt{2}+1}$ ③ $e^{\sqrt{2}-1}$ ④ $\ln(\sqrt{2}+1)$

0487 적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x\, dx$ 를 구하여라.

① $e^{\frac{\pi}{2}}+1$ ② $e^{\frac{\pi}{2}}$ ③ $\frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{2}}$ ④ $\frac{1}{2}(e^{\frac{\pi}{2}}+1)$

0488 $\int_0^1 x^2 e^{2x}\, dx$를 구하면?

① $\frac{e^2-1}{4}$ ② $\frac{e^2+1}{2}$ ③ $\frac{e^2+1}{4}$ ④ $\frac{e^2-1}{2}$

0489 적분 $\int_0^1 2x\tan^{-1}x\,dx$의 값은?

① $\frac{\pi}{2}+1$　② $\frac{\pi}{2}$　③ $\frac{\pi}{2}-1$　④ $\frac{\pi}{2}-2$

0490 $f(x)=\int x\cos x\,dx$에 대하여 $f(\pi)=1$일 때, $f(0)$의 값을 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4

0491 $\int_1^e (\ln x)^2\,dx$를 구하면?

① $e-1$　② $e-2$　③ $2e-1$　④ $2e-2$

0492 다음 중 값이 가장 작은 것은 어느 것인가?

① $\int_0^\infty e^{-x^2}dx$　② $\int_0^\infty e^{-4x^2}dx$

③ $\int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}}dx$　④ $\int_0^\infty \frac{e^{-2x}}{\sqrt{2x}}dx$

0493 $\int_0^\infty \sqrt{x}\,e^{-x}\,dx$의 값은 얼마인가?

① $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$　② $\sqrt{\pi}$　③ π　④ $\frac{\pi}{2}$

0494 다음 정적분의 값을 구하면?

$$\int_0^9 \sin\sqrt{x}\,dx$$

① $6\sin 3 + 2\cos 3$　　② $6\sin 3 - 2\cos 3$
③ $2\sin 3 + 6\cos 3$　　④ $2\sin 3 - 6\cos 3$

0495 다음 적분값은 얼마인가?

$$\int_1^4 \sqrt{x}\ln x\,dx$$

① $\frac{16}{3}\ln 2 - \frac{32}{9}$　　② $\frac{16}{3}\ln 2 - \frac{28}{9}$
③ $\frac{32}{3}\ln 2 - \frac{32}{9}$　　④ $\frac{32}{3}\ln 2 - \frac{28}{9}$

0496 적분 $\int_1^\infty \frac{\ln x}{x^2}\,dx$를 구하시오.

① 0　② 1　③ e　④ e^2

0497 Gamma 함수는 $Y(a) = \int_0^\infty e^{-t}t^{a-1}dt \ (a > 0)$로 정의된다.

이 때, $\dfrac{Y\left(\frac{5}{2}\right)}{Y\left(\frac{1}{2}\right)}$의 값은?

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{2}{3}$　③ $\frac{3}{4}$　④ $\frac{5}{6}$

0498 특이적분 $I_n = \int_0^\infty x^n e^{-x} dx$에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

① 모든 자연수 n에 대하여 수렴한다.

② 모든 자연수 n에 대하여 $I_n = nI_{n-1}$이 성립한다.

③ $I_3 = 6$

④ 등식 $I_2 = \int_0^\infty x^5 e^{-x^2} dx$가 성립한다.

0499 곡선 $y = x^3 - x^2 - x + a$ (a는 상수)는 극솟값 0을 갖는다. 이때, 이 함수와 x축으로 둘러싸인 부분의 면적은 얼마인가?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$

0500 $50m$/sec의 속도로 지표면에서 수직방향으로 쏘아 올린 공이 올라간 최대의 높이는 얼마인가?
(단, 중력가속도는 $10m$/sec이고, 공기와의 마찰은 무시한다.)

① $50m$ ② $75m$ ③ $100m$ ④ $125m$

0501 $t = 0$에 제동이 시작된 열차의 속도가 $v = 12 - \frac{t^2}{3}$ (m/sec)으로 주어진다고 한다. 열차가 멈출 때까지 이동한 거리는?

① $12m$ ② $24m$ ③ $36m$ ④ $48m$

0502 a, b는 영이 아닌 차원(dimension)을 갖는 상수일 때, 부정적분 $\int \frac{1}{a^2x^2+b^2}dx$로 옳은 것은? (단, 적분상수는 생략했으며, $\tan^{-1}x$는 주값 (principal value)을 나타낸다.)

① $\frac{a}{b}\tan^{-1}\frac{ax}{b}$　② $\frac{1}{ab}\tan^{-1}\frac{ax}{b}$

③ $\frac{a}{b}\tan^{-1}\frac{x}{ab}$　④ $\frac{1}{ab}\tan^{-1}\frac{x}{ab}$

0503 곡선 $y=a^x$와 y축 그리고 두 직선 $y=p, y=q$로 둘러싸인 부분의 면적을 곡선 $y=b^x$가 이등분할 때, a와 b의 올바른 관계식은?
(단, $0<p<q<1, 0<b<a<1$)

① $b^2=a$　② $a^2=b$　③ $\log_a b=\frac{q}{p}$　④ $2a=b$

0504 $y=\frac{4\sqrt{2}}{3}x^{\frac{3}{2}}-1$에서 $x=0$부터 $x=1$까지 곡선의 길이는?

① $\frac{11}{6}$　② $\frac{13}{6}$　③ $\frac{15}{6}$　④ $\frac{17}{6}$

0505 곡선 $y=\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ $(0\le x\le 3)$의 길이는?

① $\frac{14}{4}$　② $\frac{14}{3}$　③ $\frac{1}{2}$　④ $\frac{15}{2}$

0506 $0 \le t \le 2\pi$에서 다음과 같이 정의된 싸이클로이드
$x(t) = a(t - \sin t),\ y(t) = a(1 - \cos t),\ (a > 0)$의 곡선의 길이는?
① a ② $2a$ ③ $4a$ ④ $8a$

0507 xy평면위의 점 (x, y)가 $x = \theta - \sin\theta, y = 1 - \cos\theta$을 만족하며
$0 \le \theta \le 2\pi$의 범위에서 움직일 때, 형성되는 (x, y)의 궤적의 길이는?
① 8 ② 6 ③ 4 ④ 10

0508 다음과 같은 싸이클로이드(Cycloid) 곡선의 길이는 얼마인가?

$$x = 10(t - \sin t),\ y = 10(1 - \cos t)\ (0 \le t \le 2\pi)$$

① 40 ② 80 ③ 25π ④ 30π

0509 곡선 $x = \frac{1}{3}t^3 - t, y = t^2$에 대해 $0 \le t \le 1$에서의 곡선의 길이를 구하면?
① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$

0510 Astroid $x = a\cos^3 t, y = a\sin^3 t$ (단, $a > 0, 0 \le t \le 2\pi$)
의 곡선의 길이는?
① a ② $2a$ ③ $3a$ ④ $6a$

0511 방정식 $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=1$의 그래프의 총길이는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 6

0512 다음과 같이 주어진 곡선 σ의 길이를 구하면?

$$\sigma\ : x=\sin^2 t,\ y=\cos^2 t,\ 0\le t\le \frac{\pi}{2}$$

① $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　② 2　　③ $\sqrt{2}$　　④ $2\sqrt{2}$

0513 구간 $-\frac{\pi}{4}\le\theta\le\frac{\pi}{4}$에서 극방정식으로 표현된 곡선 $r=2\sec\theta$의 호의 길이는?

① $\sqrt{2}$　　② 2　　③ $2\sqrt{2}$　　④ 4

0514 극방정식 $r=a(1+\cos\theta)$ (단, $a>0,\ 0\le\theta\le 2\pi$)의 곡선의 길이는?

① $2a$　　② $4a$　　③ $8a$　　④ $16a$

0515 구간 $0\le\theta\le\pi$에서 극방정식 $r=\theta$가 나타내는 곡선의 길이에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 1보다 작다.　　② 1보다 크고 2보다 작다.

③ 2보다 크고 π보다 작다.　　④ π보다 크다.

0516 곡선 $y=\sin x$의 $0 \le x \le \pi$인 부분의 곡선의 길이를 l이라 하면 l은?

① $\frac{\pi}{2} < l < \pi$ ② $\pi < l < 2\pi$

③ $\pi < l < \sqrt{2}\,\pi$ ④ $2\pi < l < \sqrt{5}\,\pi$

0517 $\int_0^{0.5} \frac{x^2}{1+x} dx$의 근삿값에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 근삿값은 0.25 이하이다.
② 근삿값은 0.25 이상 0.5 미만이다.
③ 근삿값은 0.5 이상 0.75 미만이다.
④ 근삿값은 0.75 이상 0.8 미만이다.

0518 적분 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{x\cos x} dx$를 구하시오.

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{2}{\pi}$ ④ 발산

0519 적분 $\int_0^{\frac{1}{10}} \frac{1}{\sqrt{1+x^3}} dx$의 값에 가장 가까운 것은?

① $\frac{1}{1000}$ ② $\frac{1}{100}$ ③ $\frac{1}{10}$ ④ 1

0520 핸드폰에 장착된 나선형(helix) 안테나의 모양이
$x=\frac{1}{2}\cos\theta,\ y=\frac{1}{2}\sin\theta,\ z=\theta\ \ (0\le\theta\le 6\pi)$의 식을 만족할 때, 이 안테나의 펼쳐진 길이는?

① 2π ② $2\pi+3$ ③ 3π ④ $3\sqrt{5}\pi$

0521 t를 매개변수로 한 곡선 $x=2\cos t,\ y=2\sin t,\ z=\frac{4}{3}t^{\frac{3}{2}}\,(0\le t\le 3)$의 호의 길이를 구하면?

① $\frac{16}{3}$ ② $\frac{25}{3}$ ③ $\frac{28}{3}$ ④ $\frac{32}{3}$

0522 $y=\sqrt{x}\ (0\le x\le 2)$를 x축을 축으로 회전시켰을 때, 회전체의 표면적을 구하면?

① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{7}{3}\pi$ ③ $\frac{13}{3}\pi$ ④ $\frac{25}{3}\pi$

0523 구간 $[0,1]$에서 정의된 함수 $y=-x^2+1$의 그래프를 x축 둘레로 회전시켰을 때, 만들어진 입체의 부피는?

① $\frac{4}{5}\pi$ ② $\frac{8}{15}\pi$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$

0524 곡선 $y=\sqrt{\sin x}$ $(0 \leq x \leq \pi)$와 $y=0$으로 둘러싸인 영역을 x축으로 회전하여 얻은 회전체의 부피는?

① 1 ② $\frac{\pi}{2}$ ③ π ④ 2π

0525 $f(x)=e^{x}$ 위의 점 $(1,e)$에서 접선의 방정식이 $g(x)$일 때,
$f(x), g(x)$ 그리고 $x=0$으로 둘러싸인 부분을 x축 둘레로 회전시킨 회전체의 부피는?

① $\frac{\pi}{2}(e^{2}-3)$ ② $\frac{\pi}{6}(e^{2}-3)$ ③ $\frac{\pi}{2}(e^{2}-4)$ ④ $\frac{\pi}{6}(e^{2}-4)$

0526 포물선 $y=4-x^{2}$와 x축으로 둘러싸인 도형을 y축 둘레로 회전시킨 입체의 부피를 구하면?

① 8π ② 6π ③ $8\pi^{2}$ ④ $6\pi^{2}$

0527 곡선 $y=2\sqrt{x}$와 $x=1, x=4, y=0$으로 둘러싸인 영역을 y축을 축으로 회전시켰을 때, 생기는 입체의 체적을 구하라.

① $\frac{124}{5}\pi$ ② $\frac{248}{5}\pi$ ③ 30π ④ 48π

0528 x축, y축, 직선 $x=1$, 곡선 $y=e^{-x^2}$에 의해 둘러싸인 영역을 y축 주위로 회전하여 얻어진 입체의 부피는 얼마인가?

① $\dfrac{(e-1)}{e}\pi$ ② $\dfrac{2(e-1)}{e}\pi$ ③ $(e-1)\pi$ ④ $2(e-1)\pi$

0529 곡선 $y=\cos x\left(\dfrac{3}{2}\pi \le x \le 2\pi\right)$와 직선 $y=0$, 직선 $x=2\pi$로 둘러싸인 영역을 직선 $x=\pi$를 축으로 회전했을 때, 생긴 회전체의 체적은?

① $\pi(\pi+1)$ ② $\pi(\pi+2)$ ③ $\pi(\pi+3)$ ④ $\pi(\pi+4)$

0530 $\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2}dx$의 값은?

① -2 ② 2 ③ 4 ④ ∞

0531 특이적분 $\displaystyle\int_{0}^{2}\frac{1}{(x-1)^2}dx$를 구하면?

① 0 ② -2 ③ 2 ④ ∞

0532 적분 $\displaystyle\int_{0}^{3}\frac{1}{x-1}dx$를 구하시오.

① $\ln 2$ ② e^2 ③ 0 ④ 발산

0533 특이적분 $\int_0^2 \frac{1}{|x-1|^{\frac{1}{2}}} dx$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 0

0534 함수 f가 구간 $[0, a]$에서 $f(0)=0$, $f(a)=b$, $f'(x)>0$의 조건을 만족시킨다. f의 역함수를 f^{-1}로 나타낼 때, 다음 식의 값은?
(단, a, b는 양수이다.)

$$\int_0^a f(x)\,dx + \int_0^b f^{-1}(y)\,dy$$

① $a+b$ ② ab ③ $\frac{a+b}{2}$ ④ $\sqrt{ab}$

0535 함수 $y=f(x)=x^3+x$의 역함수를 $x=f^{-1}(y)$라 할 때, $\int_0^2 f^{-1}(y)dy$의 값은?

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{6}{5}$

0536 함수 f는 폐구간 $[0, c]$에서 연속이고 순증가하며(strictly increasing), $f(0)=0$이다. 이때, $0 \le a \le c$에서 함수 $g(a)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(a) = ab - \int_0^a f(x)dx$$

다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? (f^{-1}는 f의 역함수) (단, $0 \le b \le f(c)$)

① $g'(a) = b - f(a)$이고 $g''(a) < 0$이며 $g(a)$는 $a = f^{-1}(b)$에서 최댓값 $g(f^{-1}(b))$을 갖는다.

② $g(f^{-1}(b)) = bf^{-1}(b) - \int_0^{f^{-1}(b)} f(x)dx = \int_0^{f^{-1}(b)} xf'(x)dx$

③ $g(f^{-1}(b)) = \int_0^b f^{-1}(y)dy$

④ $\int_0^a f(x)\,dx + \int_0^b f^{-1}(x)\,dx \le ab$

0537 $\int_0^1 (1+x)\sqrt{1-x}\,dx$를 구하면?

① $\frac{11}{12}$ ② $\frac{15}{14}$ ③ $\frac{14}{15}$ ④ $\frac{12}{11}$

0538 양의 실수 x에 대하여 $f(x) = \int_1^x \frac{1}{t}dt$으로 정의한다. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㈀ $f(x)$는 단사함수(일대일 대응함수)이다.
㈁ $\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$
㈂ 양의 실수 x, y에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$이 성립한다.

① ㈀ ② ㈀, ㈁ ③ ㈀, ㈁, ㈂ ④ ㈁, ㈂

0539 함수 $f(x)=\int_0^x (x-t)\sin t\,dt$에서 $f'(\pi)$의 값은?

① 0　② 1　③ -1　④ 2

0540 함수 $f(x)=\int_0^x (e^x-t)e^t\,dt$에서 $f'(0)$의 값은?

① 1　② $2e$　③ e　④ e^2

0541 $h(x)=\int_0^{x^2} t\,dt$일 때, $\dfrac{d}{dx}h(x)$는?

① $2x$　② $2x^2$　③ $2x^3$　④ x^2

0542 $F(x)=\int_1^x f(t)dt$이고 $f(t)=\int_1^{t^2}\dfrac{\sqrt{1+u^2}}{u}du$일 때, $F''(2)$를 구하면?

① $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　② $\sqrt{17}$　③ $\sqrt{19}$　④ $2\sqrt{15}$

0543 $f(x), f'(x)$는 모두 연속함수이고 $f(x)=xe^x+x+\int_0^x (x-t)f'(t)\,dt$일 때, $f'(1)-f(1)$의 값을 구하면?

① $e+1$　② $2e+1$　③ $e-1$　④ $2e-1$

0544 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_0^h \frac{\cos x}{1+\sin x}\,dx$$

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4

0545 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{h\to 0}\frac{1}{h}\int_1^{1+2h}(x\ln x+x\,e^x)\,dx$$

① e ② $2e$ ③ $3e$ ④ $4e$

0546 함수 $f(x)=\displaystyle\int_0^{\tan^{-1}x^2}\tan y\,dy$에 대하여 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}(xf'(x))$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 5

0547 극한 $\displaystyle\lim_{x\to 2}\frac{d}{dx}\left\langle\int_0^{x^2}e^{-\sqrt{t}}dt,\int_0^{\sqrt{x}}e^{t^2}dt\right\rangle$에서 두 성분의 곱은?

① 1 ② 2 ③ $\sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{2}$

0548 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{n(n+k)}}$$

① $\sqrt{2}-1$ ② $2(\sqrt{2}-1)$ ③ $3(\sqrt{2}-1)$ ④ $4(\sqrt{2}-1)$

0549 다음 극한값을 구하시오.

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{3n}\frac{1}{\sqrt{n(n+k)}}$$

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4

0550 이상적분 $\int_0^\infty e^{-x}dx$의 값은 얼마인가?

① 1　　② e　　③ e^{-1}　　④ 발산한다.

0551 이상적분 $\int_0^\infty e^{-\frac{x}{2}}dx$에 대한 설명 중 옳은 것은?

① 수렴하지 않는 이상적분이다.

② 수렴값은 2이다.

③ 이상적분 $\int_0^\infty e^{-\frac{x^2}{2}}dx$의 수렴값과 같다.

④ 수렴값은 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$이다.

0552 직교좌표의 점 $(1, \sqrt{3})$을 극좌표 (r, θ)로 바르게 표시한 것이 아닌 것은?

① $(2, \frac{\pi}{3})$　　② $(-2, -\frac{4\pi}{3})$

③ $(-2, \frac{4\pi}{3})$　　④ $(-2, -\frac{2\pi}{3})$

0553 극방정식 $r=1+\sin\dfrac{\theta}{2}$와 동일한 그래프를 나타내지 않는 극방정식은?

① $r=-1-\cos\dfrac{\theta}{2}$ ② $r=1-\sin\dfrac{\theta}{2}$

③ $r=-1+\cos\dfrac{\theta}{2}$ ④ $r=-1+\sin\dfrac{\theta}{2}$

0554 심장형(cardioid) $r=a(1-\cos\theta), a>0$에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\theta=0$(또는 극축)에 관하여 대칭이다.

② $0\le\theta\le\pi$에서 증가함수이다.

③ r은 $-a(1+\cos\theta)$와 동치이다.

④ r을 직교방정식으로 표시하면 $(x^2+y^2+ax)=a^2(x^2+y^2)$이다.

0555 다음은 원들의 방정식들이다. 이 중 반지름이 가장 작은 것은 어느 것인가?

① $r=-1$ ② $x^2+y^2=1$

③ $r=3\sin\dfrac{\theta}{2}\cos\dfrac{\theta}{2}$ ④ $r=-2\cos\theta$

0556 곡선 $r=2\sin\theta$ 위의 점 $(1,\dfrac{\pi}{6})$에서 그은 접선과 극축이 이루는 각을 구하면?

① $\dfrac{\pi}{6}$ ② $\dfrac{\pi}{4}$ ③ $\dfrac{\pi}{3}$ ④ $\dfrac{\pi}{2}$

0557 Cycloid $x=a(\theta-\sin\theta)$, $y=a(1-\cos\theta)$ $(a>0,\ 0\le\theta\le 2\pi)$와 x축에 의하여 둘러싸인 내부영역의 면적은?

① πa^2 ② $2\pi a^2$ ③ $3\pi a^2$ ④ $4\pi a^2$

0558 Astroid $x=a\cos^3\theta$, $y=a\sin^3\theta$ $(a>0,\ 0\le\theta\le 2\pi)$에 의하여 생기는 내부면적은?

① $\frac{1}{8}\pi a^2$ ② $\frac{1}{4}\pi a^2$ ③ $\frac{3}{8}\pi a^2$ ④ $\frac{1}{2}\pi a^2$

0559 심장형(Cardioid) $r=a(1+\cos\theta)$로 둘러싸인 영역의 면적은? (단, $a>0$)

① $\frac{1}{2}\pi a^2$ ② πa^2 ③ $\frac{3}{2}\pi a^2$ ④ $2\pi a^2$

0560 4엽 장미선 $r=a\cos 2\theta$로 둘러싸인 영역의 면적은? (단, $a>0$)

① $\frac{1}{2}\pi a^2$ ② πa^2 ③ $\frac{3}{2}\pi a^2$ ④ $2\pi a^2$

0561 3엽 장미선 $r=a\cos 3\theta$로 둘러싸인 영역의 면적은? (단, $a>0$)

① $\frac{1}{8}\pi a^2$ ② $\frac{1}{4}\pi a^2$ ③ $\frac{3}{8}\pi a^2$ ④ $\frac{1}{2}\pi a^2$

0562 연주형(Lemniscate) $r^2 = a^2 \cos 2\theta$로 둘러싸인 영역의 면적은?
(단, $a > 0$)

① a　　② a^2　　③ a^3　　④ a^4

0563 곡선 $r = a(1-\cos\theta)$의 외부와 $r = a$의 내부로 둘러싸인 부분의 면적은?
(단, $a > 0$)

① $a^2(1-\frac{\pi}{4})$　　② $a^2(2-\frac{\pi}{4})$　　③ $a^2(3-\frac{\pi}{4})$　　④ $a^2(4-\frac{\pi}{4})$

0564 $r = 2-2\cos\theta$의 외부와 $r = 2$의 내부의 공통부분의 면적은?

① $4-\frac{\pi}{2}$　　② $8-\pi$　　③ $5\pi-8$　　④ 6π

0565 극방정식 $r = 4\cos\theta$의 내부와 $r = 2$의 외부로 이루어진 부분의 면적은?

① $\frac{8}{3}\pi-\sqrt{3}$　　② $\frac{8}{3}\pi+2\sqrt{3}$　　③ $\frac{4}{3}\pi-\sqrt{3}$　　④ $\frac{4}{3}\pi+2\sqrt{3}$

0566 반지름이 a이고 높이가 h인 원주형의 물컵이 있다. 물이 밑면을 이등분하고 원주의 가장자리에 닿을 때까지 물컵을 기울일 때, 물컵에 남아있는 물의 부피는?

① $\frac{1}{3}a^2h$　　② $\frac{2}{3}a^2h$　　③ a^2h　　④ $\frac{4}{3}a^2h$

0567 $x=0$과 $x=2$ 사이에서 곡선 $y=2-\frac{x^2}{2}$으로 둘러싸인 영역을 y축을 중심으로 회전하여 생기는 입체의 부피는?

① π ② 2π ③ 3π ④ 4π

0568 곡선 $x=y^2+1$과 직선 $x=3$으로 둘러싸인 영역을 직선 $x=3$을 중심으로 회전하여 생기는 입체의 부피는?

① $\frac{8\sqrt{2}}{15}\pi$ ② $\frac{16\sqrt{2}}{15}\pi$ ③ $\frac{32\sqrt{2}}{15}\pi$ ④ $\frac{64\sqrt{2}}{15}\pi$

0569 곡선 $y=x^2$과 $x=0, y=1$로 둘러싸인 영역을 직선 $y=2$에 관하여 회전할 때 생기는 입체의 부피는?

① $\frac{3}{15}\pi$ ② $\frac{7}{15}\pi$ ③ $\frac{14}{15}\pi$ ④ $\frac{28}{15}\pi$

0570 원 $x^2+y^2=a^2$으로 둘러싸인 영역을 직선 $x=b$에 관하여 회전했을 때 생기는 회전체의 부피는? (단, $b>a$)

① π^2a^2b ② $2\pi^2a^2b$ ③ π^2ab^2 ④ $2\pi^2ab^2$

0571 곡선 $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$, x축, $x=1$, $x=4$로 둘러싸인 영역을 y축을 회전축으로 회전시킬 때 생기는 회전체의 부피는?

① $\dfrac{7}{6}\pi$ ② $\dfrac{7}{3}\pi$ ③ $\dfrac{14}{3}\pi$ ④ $\dfrac{28}{3}\pi$

0572 곡선 $y=4-x^2$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 영역을 직선 $x=3$을 회전축으로 회전할 때 생기는 회전체의 부피는?

① 8π ② 16π ③ 32π ④ 64π

0573 $y=x$와 $y=x^2$의 그래프로 둘러싸인 영역 중 제1사분면에 놓인 부분을 y축을 중심으로 회전하여 생기는 회전체의 부피를 구하면?

① $\dfrac{\pi}{6}$ ② $\dfrac{\pi}{4}$ ③ $\dfrac{\pi}{3}$ ④ $\dfrac{\pi}{2}$

0574 곡선 $y=x^{\frac{2}{3}}$에서 $x=0$에서부터 $x=1$까지의 호의 길이를 구하라.

① $\dfrac{1}{27}(13\sqrt{13}-8)$ ② $\dfrac{1}{27}(13\sqrt{13}-6)$

③ $\dfrac{1}{27}(13\sqrt{13}-4)$ ④ $\dfrac{1}{27}(13\sqrt{13}-2)$

0575 $x^2+y^2=a^2$을 그 원의 접선 $y=-a$에 관하여 회전했을 때 생긴 회전곡면의 겉넓이에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

① 원 $x^2+y^2=a^2$의 매개방정식은 $x=a\cos\theta, y=a\sin\theta$이므로 x축 위의 반원을 x축에 관하여 회전했을 때 생긴 회전곡면의 겉넓이와 같다.

② 회전곡면의 겉넓이는 $x=-a$에 관해서 회전했을 때 생긴 회전곡면의 겉넓이와 다르다.

③ 회전곡면의 겉넓이는 $4\pi^2a^2$이다.

④ 회전곡면의 겉넓이는 반지름이 a이고 높이가 π인 원기둥의 겉넓이와 같다.

0576 Cycloid $x=a(\theta-\sin\theta),\ y=a(1-\cos\theta)$
$(a>0,\ 0\le\theta\le2\pi)$를 x축을 중심으로 회전하여 얻어진 회전체의 표면적은?

① $\frac{8}{3}\pi a^2$ ② $\frac{16}{3}\pi a^2$ ③ $\frac{32}{3}\pi a^2$ ④ $\frac{64}{3}\pi a^2$

0577 $x=\cos\theta+1, y=\sin\theta$의 호를 y축에 관하여 회전시켰을 때 회전곡면의 겉넓이는?

① $2\pi^2$ ② $4\pi^2$ ③ $6\pi^2$ ④ $8\pi^2$

0578 Astroid $x=a\cos^3t, y=a\sin^3t$ (단, $a>0, 0\le t\le2\pi$)를 x축을 중심으로 회전하여 얻어진 회전체의 표면적은?

① $\frac{2}{5}\pi a^2$ ② $\frac{3}{5}\pi a^2$ ③ $\frac{6}{5}\pi a^2$ ④ $\frac{12}{5}\pi a^2$

0579 매개변수 방정식 $x=\cos^3\theta,\ y=\sin^3\theta$로 표현된 곡선을 y축으로 회전했을 때 생긴 회전곡면의 겉넓이는?

① $\frac{\pi}{8}$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{12}{5}\pi$

0580 극방정식 $r=a(1+\cos\theta)$ (단, $a>0,\ 0\le\theta\le\pi$)로 주어진 곡선을 극축을 중심으로 회전하여 생기는 회전체의 표면적은?

① $\frac{8}{5}\pi a^2$ ② $\frac{16}{5}\pi a^2$ ③ $\frac{32}{5}\pi a^2$ ④ $\frac{64}{5}\pi a^2$

0581 곡선 $r=1+\cos\theta$은 곡선 $r=3\cos\theta$에 의해 세 부분으로 나누어진다. 이때 가장 긴 부분의 길이는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8

0582 곡선 $y=e^x$에서 $x=a$일 때 곡률을 $f(a)$라 하면 $\lim_{a\to\infty} f(a)$는?

① 0 ② 1 ③ e ④ ∞

0583 곡선 $y=x^2$ 상의 점 $P(x,y)$에서의 곡률을 $k(x)$라 할 때, $\lim_{x\to\infty} k(x)$을 구하면?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$

0584 좌표명면 위에 곡선 $y = x^2$ 의 원점에서의 곡률은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3

0585 함수 $y = \ln x \ (x > 0)$ 의 그래프에 최대 곡률은?

① $\dfrac{2}{3\sqrt{3}}$　　② $\dfrac{4}{3\sqrt{3}}$　　③ $\dfrac{5}{3\sqrt{3}}$　　④ $\dfrac{8}{3\sqrt{3}}$

0586 타원 $\dfrac{x^2}{3^2} + \dfrac{y^2}{4^2} = 1$ 위의 점 $\left(\dfrac{3\sqrt{2}}{2},\ 2\sqrt{2}\right)$ 에서의 곡률은?

① $\dfrac{3\sqrt{2}}{125}$　　② $\dfrac{6\sqrt{2}}{125}$　　③ $\dfrac{12\sqrt{2}}{125}$　　④ $\dfrac{24\sqrt{2}}{125}$

0587 매개방정식 $x(t) = a\cos^3 t,\ y(t) = a\sin^3 t \ (a \neq 0)$ 로 주어진 곡선 위의 임의의 점에서 곡률 반경을 t 의 함수로 나타내면?

① 0　　② $\dfrac{3}{2}a|\cos 2t|$

③ $3a(3\cos^2 t - 1)$　　④ $\dfrac{3}{2}a|\sin 2t|$

0588 다음의 매개 방정식으로 주어진 곡선 위 $t=1$에서의 곡률중심 $(X,\ Y)$은?

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = t^2 - t \end{cases}$$

① $\left(1,\ -\dfrac{1}{4}\right)$　② $\left(\dfrac{11}{8},\ \dfrac{5}{4}\right)$　③ $\left(\dfrac{3}{4},\ \dfrac{5}{2}\right)$　④ $\left(\dfrac{1}{4},\ 0\right)$

0589 매개변수방정식 $x(\theta)=2\cos 5\theta,\ y(\theta)=2\sin 5\theta$으로 주어진 곡선에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

(가) 곡선의 곡률은 θ 가 증가할수록 커진다.

(나) 곡선 상의 모든 점에서 곡률은 항상 $\dfrac{1}{2}$ 이다.

(다) 구간 $-\dfrac{\pi}{10} \le \theta \le \dfrac{\pi}{10}$ 에 대응하는 곡선과 y축으로 둘러싸인 영역을 x 을 중심으로 회전시킬 때 얻어지는 입체의 체적은 $\dfrac{32\pi}{3}$ 이다.

① (가)　② (나)　③ (다)　④ (가), (나)

0590 3차원 공간에서 매개변수 t로 표현되는 곡선 $x=2\cos t,\ y=3\sin t,$ $z=t$의 $t=\dfrac{\pi}{2}$에서의 곡률을 구하면?

① $\dfrac{1}{5}$　② $\dfrac{2}{5}$　③ $\dfrac{3}{5}$　④ $\dfrac{4}{5}$

0591 벡터함수 $r(t) = \langle t,\ t^2,\ t^3 \rangle$로 주어진 곡선 위의 점 $(0,\ 0,\ 0)$에서 이 곡선의 곡률은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4

0592 뉴턴의 냉각법칙에 의하면 물체의 냉각속도는 물체의 온도와 주변온도의 차에 비례한다. 주변온도가 20°C로 일정할 때, 80°C인 커피가 1분 후에 50°C로 식었다. 1분이 더 지났을 때의 커피의 온도는?

① 40°C　　② 35°C　　③ 30°C　　④ 25°C

0593 어떤 건물에서 난방을 통해 겨울철 실내 온도가 T로 유지된다. 난방이 중지되었을 때, 건물의 온도가 시간에 따라 냉각되는 과정은 $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{out})$로 표시할 수 있다. 여기에서 k는 상수인 열전도 계수, T_{out}은 실외온도이다. 실내온도가 30°에서 난방기가 중단되어 10°까지 되는데 걸린 시간이 1시간이라고 할 때, 그 이후 30분이 지났을 때 실내온도 T는?
(단, 실외온도는 0°로 일정하다.)

① $\frac{5}{3}$　　② 3　　③ $\frac{10}{3}$　　④ $\frac{10}{\sqrt{3}}$

0594 Newton의 냉각법칙에 따르면, 어떤 물체의 온도 T의 시간에 따른 변화율은 T와 주위 매질의 온도차에 비례한다. 60°C의 어떤 용액을 온도가 20°C로 유지되는 방에 가져왔더니 2분 후에 40°C가 되었다. 이 용액의 온도가 30°C가 되는 것은 방에 가져온 후 몇 분이 지나서인가?

① 3분후　　② 4분후　　③ 9분후　　④ e분후

0595 이상적인 조건의 실험실에서 박테리아 군체를 배양하고 있는데, 시간이 지남에 따라 개체수는 지수적으로 증가한다. 2시간 후에 600마리이던 것이 6시간 후에는 375,000마리가 되었다. 처음에 박테리아는 몇 마리가 있었는가?

① 14　② 19　③ 24　④ 29

0596 어떤 미생물 배양기에 100개의 개체를 넣어두고 60분 후에 관찰 하였더니 개체 수가 500개로 늘어났다. 이 미생물이 증식하는 비율은 현재의 개체 수에 비례한다. 즉, $y(t)$를 시간 t에서의 개체수라 하면 시간에 따른 개체수의 변화율 $y'(t)$는 다음 관계식을 만족한다.

$$y'(t)=ky(t),\quad k:\text{증식 상수}$$

처음 100개의 개체가 2500개가 될 때까지 걸리는 시간은?

① 300분　② 240분　③ 180분　④ 120분

0597 $a=\frac{1}{2}$에서 $f(x)=\cos^{-1}x$의 선형근사식$(:=L(x))$을 이용하여 $f(\frac{3}{4})$의 근삿값을 구하면?

① $\frac{1}{2\sqrt{3}}+\frac{\pi}{3}$　② $-\frac{1}{2\sqrt{3}}+\frac{\pi}{3}$　③ $-\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{\pi}{3}$　④ $\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{\pi}{3}$

0598 한 점 a에서 $f(a)$와 $f'(a)$를 알고 있을 때, a에 가까운 점 b에서 $f(b)$의 근삿값은 선형근사식 $f(b)\simeq f(a)+f'(a)(b-a)$로 계산할 수 있다. 이 선형 근사식을 이용하여 $\sqrt[3]{26.7}$의 근삿값을 계산하면?

① $\frac{267}{90}$　② $\frac{269}{90}$　③ $\frac{271}{90}$　④ $\frac{273}{90}$

0599 바닥은 한 변이 $5m$인 정사각형이고 높이가 $10m$인 피라미드를 뒤집어 놓은 모양의 물탱크가 있다. 밀도가 $1000\,kg/m^3$인 액체가 물탱크에 가득차 있다고 한다. 모든 액체를 꼭대기까지 끌어올려서 물탱크를 비우는데 필요한 일의 양을 구하면? (단, 중력가속도는 $g = 9.8\,m/\sec^2$로 가정한다.)

① 7.0375×10^5 ② 2.0417×10^6 ③ 3.0234×10^7 ④ 5.0234×10^8
⑤ 6.1204×10^9

0600 $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin x+\cos x}{x^2-2x+2}dx=$

① $\pi e^{-1}(\cos1-\sin1)$ ② $\pi e^{-1}(\cos1+\sin1)$
③ $\pi e(\cos1-\sin1)$ ④ $\pi e(\cos1+\sin1)$